

PARTE PRIMA

LA CONCENTRAZIONE ED I SUOI SIGNIFICATI

PAGINA BIANCA

---

---

## CAPITOLO I.

### PREMESSA ALL'INDAGINE

Le ricerche sulla concentrazione industriale hanno un indubbio interesse per la conoscenza della struttura produttiva di un paese e certamente nessuno oserebbe affermare che ai fini economici e sociali non sia importante sapere se la produzione delle singole merci ha luogo in poche o in molte imprese, se queste imprese sono prevalentemente grandi, medie o piccole, se fra le diverse imprese della stessa industria vi sono piccole o grandi differenze dimensionali, se la produttività delle singole unità cresce ed in quale misura con il crescere delle dimensioni delle unità produttive stesse. A questi aspetti, già di per sé importanti, messi in luce dalla concentrazione industriale, va aggiunto che lo studio della concentrazione non si esaurisce nella semplice descrizione dei rapporti dimensionali delle imprese che esercitano lo stesso ramo di attività produttiva in un dato momento, ma che ulteriori elementi conoscitivi essa può fornire attraverso lo studio delle trasformazioni alle quali sono soggette le distribuzioni delle imprese secondo le loro dimensioni attraverso il tempo, nonché attraverso il confronto fra distribuzioni relative a rami di attività diverse.

Le ricerche sulla concentrazione industriale condotte sotto questi diversi profili se da un lato possono fornire elementi utili per spiegare determinati fenomeni che sono in relazione con la struttura produttiva di una industria, dall'altro lato in molti casi possono fornire sintomi di notevole importanza sulla presenza di alcuni fenomeni che si accompagnano allo sviluppo economico. Il fatto che la concentrazione industriale possa fornire sintomi sull'esistenza di determinati fenomeni non significa evidentemente che attraverso la concentrazione industriale si possano ottenere *misure* dei fenomeni stessi perché in tal caso bisognerebbe supporre che fra la concentrazione e questi altri fenomeni esista una correlazione così stretta da fornire un vero e proprio modello interpretativo.

A parte l'esistenza di tali correlazioni fra la concentrazione industriale e altri fenomeni, che possono anche esistere, ma la cui esistenza però va provata, sembra comunque molto importante poter disporre attraverso l'analisi della concentrazione industriale di un quadro entro il quale poter sistemare e coordinare i fenomeni che direttamente o indirettamente possono essere connessi con la concentrazione e nel contempo disporre di elementi di giudizio idonei se non altro a verificare le condizioni in base alle quali alcuni fenomeni possono coesistere fra di loro.

Va detto subito che nello studio rivolto a stabilire le possibili connessioni fra la concentrazione industriale ed altri fenomeni o anche limitato solo a verificare attraverso lo studio della concentrazione l'esistenza di una o più delle condizioni che sono alla base di altri fenomeni economici, ci si scontra in difficoltà obiettive che spesso sono insuperabili specialmente quando si vuol procedere ad un esame del comportamento dei fenomeni nel tempo o al confronto degli stessi fenomeni in paesi diversi.

È troppo noto, perché sia necessario ripeterlo, che tutti i modelli interpretativi di determinati fenomeni economici, per effetto dei processi dinamici ai quali è soggetto l'apparato economico, sono prima o poi destinati al superamento perché le connessioni dalle quali essi partono si modificano o addirittura scompaiono. L'inventività del genere umano, infatti, riesce a rendere sempre più complessa la natura dei fenomeni economici perché proprio per effetto di essa tutto il mondo economico è soggetto a continue e profonde trasformazioni che, in innumerevoli casi, rendono impossibile, se non altro dal punto di vista dell'indagine statistica, i confronti storici e territoriali.

Si può anche non essere d'accordo, in parte o in tutto, per quanto riguarda lo sviluppo economico, sull'affermazione che « Il fondamentale impulso che mette e tiene in moto la macchina capitalistica, proviene dai nuovi beni di consumo, dai nuovi metodi di produzione e di trasporto, dai mercati nuovi, dalle nuove forme dell'organizzazione industriale, creati dall'impresa capitalistica » (1), ma è innegabile che per lo studio statistico dei fenomeni la comparsa di nuovi prodotti e la scomparsa dei vecchi, le nuove forme dell'organizzazione industriale, la trasformazione dei mercati, ecc., creano difficoltà insormontabili sia per i confronti storici sia per i confronti fra diverse aree geografiche. Costruire un indice dei prezzi per l'ultimo cinquantennio è del tutto

---

(1) J. A. SCHUMPETER: *Capitalism, Socialism and Democracy*, New York 1942 (Ed. tedesca, Monaco, 1950, p. 137).

impossibile, perché anche per le merci che hanno mantenuto la stessa denominazione le qualità sono sostanzialmente diverse, o come per molti prodotti dell'agricoltura le stagionalità della produzione e dei prezzi sono completamente diverse senza contare che per tutte le merci nuove non esiste possibilità di confronto. Allo stesso modo è del tutto senza significato confrontare un indice del costo della vita degli Stati Uniti con quello dell'Egitto, o confrontare il reddito nazionale della Gran Bretagna con quello dell'India (2).

Quando noi cerchiamo di illuminare alcuni fenomeni economici attraverso le ricerche sulla concentrazione industriale, specialmente dal punto di vista dinamico, dobbiamo tener conto che questi fenomeni sono soggetti a sostanziali modificazioni attraverso il tempo e che la concentrazione stessa, studiata attraverso le dimensioni delle imprese, può risultare poco significativa per effetto di nuove forme di organizzazione industriale che la concentrazione (nella sua comune accezione) non può mettere in luce.

Prima però di proseguire nella trattazione del nostro argomento va precisata una situazione che si presenta in buona parte della letteratura che si è occupata della concentrazione industriale. Infatti si può ben dire che studi veri e propri che abbiano per oggetto la concentrazione industriale, come argomento autonomo, ve ne sono ben pochi mentre la maggior parte degli studi esistenti riguardano la concentrazione industriale unicamente sotto il profilo della « misura » del « grado di monopolio » o, come si dice oggi, del « potere dei monopoli ».

Anche quando lo studio della concentrazione non è dichiaratamente subordinato alla ricerca di elementi di giudizio delle forme del mercato, le metodologie seguite nello studio della concentrazione dimostrano chiaramente tale subordinazione, con la conseguenza piuttosto negativa che in genere ci si è accontentati di analisi poco soddisfacenti e spesso di risultati destinati più a consentire una « misura » del grado di monopolio che non a conoscere la natura ed i processi della concentrazione. Non soltanto nelle inchieste compiute negli Stati Uniti, il cui scopo era quello di indagare sulle condizioni del mercato (3), ma anche negli studi sulla concentrazione, vuoi americani che inglesi e tedeschi, l'indagine è sempre rivolta più a mettere in luce l'aspetto « monopolistico »

---

(2) Nonostante che tali impossibilità di confronto siano ben note agli statistici, non può essere deplorata abbastanza la disinvoltura con la quale vengono offerte serie storiche e confronti internazionali che non hanno alcuna serietà scientifica.

(3) *The concentration of productive facilities*, 1947, Federal Trade Commission, 1949.

che il fenomeno « concentrazione ». Valga la citazione di una precisa presa di posizione contenuta nello studio di H. Leak e A. Mainzel che è particolarmente significativa ed in un certo senso riassume un tipo di impostazione che è generalmente condiviso: « La diffusione del monopolio, nel senso di concentrazione della produzione, è diventata materia di generale interesse ed è sembrato desiderabile trarre dalle cifre del Censimento tutti quei lumi che esso poteva dare su questo argomento e fornire per la prima volta una misura comprensiva del grado di concentrazione in ciascuna delle principali industrie del paese » (4). La conseguenza di una tale impostazione è stata che nello studio di H. Leak e A. Mainzel l'indagine è stata compiuta sulle aziende con più di 500 addetti, perché evidentemente agli effetti dello studio sul potere monopolistico interessano soltanto le unità di dimensioni notevoli, ma è chiaro che lo studio della concentrazione portato su distribuzioni tronche verso il basso, cioè verso le aziende minori, infirma completamente i risultati dell'indagine sulla concentrazione anche se fornisce qualche utile elemento di giudizio sugli aspetti, peraltro più visibili, delle forme di mercato.

Gli studi compiuti negli Stati Uniti poi riguardano tutti la concentrazione sotto il limitato punto di vista della concentrazione (della produzione o di altri caratteri) nelle tre, quattro o cinque imprese (o gruppi) maggiori, al punto tale che l'Adelman (5), in polemica con il Prais (6) che studiando le variazioni della concentrazione premetteva che avrebbe parlato della variabilità delle dimensioni come fosse sinonimo della concentrazione, teorizzava addirittura, in contrapposizione al concetto di concentrazione (nel senso di variabilità), un concetto di « scarsità dei venditori o compratori » come « parte essenziale della teoria e dello studio della concorrenza e del monopolio » e ciò in quanto « la variabilità non ha conseguenze economiche » (testualmente: « *Dispersion has no economic consequences* »). Non ci soffermiamo qui sulle questioni, numerose e complesse, che si connettono al concetto di concentrazione, perché per ora ci interessa soltanto mettere in luce che anche nei paesi ove il materiale statistico derivante dai censimenti, completato da inchieste speciali come quella della *Federal Trade Commission* per gli Stati Uniti è più abbondante che altrove, le indagini

---

(4) H. LEAK and A. MAINZEL: « The structure of British industry », in: *Journal of the R. Statistical Society*, Vol. CVIII, Part. II, 1945.

(5) M. A. ADELMAN: « Differential rates and changes in concentration », in: *The Review of Economics and Statistics*, febbraio 1959, p. 68.

(6) S. J. PRAIS: « The statistical condition for a change in business concentrations », in: *The Review of Economics and Statistics*, agosto 1958, p. 168.

sulla concentrazione sono state completamente subordinate allo studio delle forme del mercato e che gli « indici di concentrazione », ottenuti come rapporto fra le dimensioni delle maggiori imprese e le dimensioni complessive dell'industria, sono stati studiati all'unico scopo di trovare una « misura » più o meno adeguata del « grado di monopolio ».

Quali siano le ragioni che hanno portato a questo indirizzo degli studi non sembra difficile dire e possono essere spiegate sia dal punto di vista della praticità di dare una misura indiretta del grado di monopolio attraverso un rapporto facilmente calcolabile, sia anche in base ad alcuni elementi di giudizio comuni alla valutazione delle forme del mercato ed al grado di concentrazione.

Non v'è infatti dubbio che un « indice » di concentrazione come quello usato dagli studiosi americani ha un significato limitato ma non equivoco e mette in luce un certo aspetto della forma del mercato, mentre tutti gli altri indici del grado di monopolio che sono stati proposti (7) o non si prestano al calcolo o hanno un significato estremamente incerto ed equivoco.

◦ S'intende che nessuno degli studiosi che è ricorso ad un indice della concentrazione per dare una « misura » del grado di monopolio ha ritenuto di poter fare affidamento sul « sintomo » come se si trattasse di un modello interpretativo. Anzi, in genere, c'è più accordo sulle riserve che devono essere fatte che sull'affidamento da dare all'indice. Il Rosenbluth osservava al riguardo che « La concentrazione non è naturalmente la sola causa del grado di monopolio e forse neppure la sola caratteristica di rilievo della struttura dimensionale dell'industria » (8), mentre il Miller (9), condividendo l'opinione del Neal (10) sullo scarso significato della concentrazione industriale come sintomo del comportamento e delle variazioni dei prezzi, osservava che soltanto nell'area delle industrie concentrate appaiono i casi importanti di restrizioni monopolistiche alla concorrenza, ma che in tutti gli altri casi una cor-

---

(7) A. P. LERNER: « The concept of monopoly and the measurement of monopoly power », in: *Review of Economic Studies*, 1934, pp. 157 e segg.; K. W. ROTSCCHILD: « The degree of monopoly », in: *Economica*, febbraio 1942; G. DE MARIA: « Sulla misura del grado di monopolio economico di una collettività nazionale », in: *Giornale degli Economisti*, 1949 ecc.

(8) G. ROSEMBLUTH: « Measures of concentration », in: *Business Concentration and Price Policy*, p. 63, Princeton University Press, 1955.

(9) J. P. MILLER: « Measures of monopoly power and concentration: their economic significance », in: *Business Concentration and Price Policy*, cit. p. 134.

(10) A. C. NEAL: « Industrial concentration and price inflexibility », in: *American Council on Public Affairs*, 1942.

relazione fra concentrazione e forma di mercato non è stata accertata. Una opinione si direbbe meno pessimistica sul significato della concentrazione industriale come sintomo delle forme di mercato è stata espressa dal Machlup, pur con la riserva, che è sostanziale, che « L'indice di concentrazione e la statistica del numero delle imprese in una industria dànno per lo più adito alle stesse obiezioni; essi non tengono conto degli elementi arbitrari contenuti nella definizione di un'impresa e della classificazione delle imprese nelle industrie; poiché sono compilati su base nazionale, riferiscono la concentrazione solo rispetto al mercato nazionale e trascurano la suddivisione del mercato nazionale in mercati locali; infine non possono tener conto della concorrenza di altri prodotti (inclusi i prodotti importati) sulla forza monopolistica dei produttori di determinati prodotti » (11).

Le obiezioni mosse dagli autori or ora citati, e se ne potrebbero citare molti altri, partono tutte dal giusto convincimento che non esistendo una correlazione fra concentrazione e grado di monopolio, l'assumere la prima come sintomo del secondo implica la possibilità di errori di giudizio notevoli perché in tal modo si viene a trascurare gli innumerevoli fattori che possono determinare una forma di mercato piuttosto che un'altra e che la concentrazione non può mettere in luce. Queste critiche sono tutte più che giustificate e la sola riserva che su di esse può esser fatta è che in genere esse hanno una natura eccessivamente empirica e che sarebbero state di gran lunga più costruttive se da un lato lo studio della concentrazione industriale fosse stato condotto su altre basi e se nei confronti fra concentrazione e forme di mercato si fosse partiti da schemi di confronto fra i singoli elementi che sono i presupposti da un lato della concentrazione e dall'altro lato condizionano le forme di mercato.

Ciò evidentemente non significa affatto che un'analisi della concentrazione industriale condotta su altre basi possa fornire una idea adeguata delle condizioni del mercato, ma piuttosto che attraverso concetti più precisi della concentrazione si possano trarre ulteriori elementi, oltre a quei pochi finora messi in luce, nella trattazione dei limiti ai quali può essere sottoposta la concorrenza. In altri termini, escluso che una misura della concentrazione possa servire come misura del grado di monopolio, si tratta di vedere se dallo studio sulla struttura industriale, quale risulta dall'analisi della concentrazione, non si possano

---

(11) F. MACHLUP: *The political economy of monopoly*, Baltimora, 1952. (Trad. it. in: *La concorrenza ed il monopolio*, pp. 239 e 584, Torino, U.T.E.T., 1956).



ricavare dati che fino ad oggi sono stati trascurati e che invece utilmente avrebbero potuto orientare la ricerca economica.

Che fino ad oggi non si sia fatto tutto il possibile per chiarire le idee sull'argomento delle eventuali e presunte connessioni fra concentrazione e forme di mercato è fuori di discussione e del tutto giustificata appare l'osservazione fatta anche recentemente che « l'analisi dei rapporti fra processo di concentrazione e forme di mercato è in condizioni quanto mai insoddisfacenti, in pieno contrasto con l'analisi di quelle forme di mercato, diverse dalla concorrenza, che non hanno alcuna necessaria connessione con il processo di concentrazione, ma che anzi, in certi casi (per esempio in quello del commercio al minuto), addirittura lo escludono » (12).

Questa lamentata lacuna esistente nella dottrina economica non è certo dipesa da uno scarso studio delle forme di mercato. Su questo argomento la vastità della letteratura è tale che la sola bibliografia basterebbe per riempire un volume di notevoli dimensioni. Per quanto riguarda, invece, la concentrazione economica soltanto negli ultimi anni si è avuta una fioritura di ricerche e studi culminanti specialmente nel notevole contributo costituito dai tre volumi pubblicati dall'Arndt e contenenti le relazioni al Convegno sulla « Concentrazione nell'Economia » indetto dalla Società di politica sociale (*Verein für Sozialpolitik*, Duncker und Humblot edit., Berlino, 1960). Si tratta di una raccolta di studi, che va segnalata perché essa rappresenta una completa rassegna delle ricerche esistenti sulla concentrazione economica ed industriale sotto i diversi profili, ma specialmente sotto quello della relazione fra concentrazione e condizioni del mercato. Ma ciò che manca anche a questo contributo, e non poteva essere diversamente dato che si tratta di una raccolta di studi di diversi autori, è una visione organica del problema e specialmente uno sforzo rivolto a chiarire i concetti che stanno alla base delle ricerche. A parte questi studi degli ultimi anni, perché l'argomento « concentrazione economica » sia stato tanto trascurato, nonostante che siano trascorsi cento anni dal momento in cui C. Marx dedicava ad esso il Cap. XXIII, n. 2 di *Il Capitale* (13), si può giustificare da più punti di vista, ma forse la ragione principale va ricercata nella natura stessa dell'argomento. Esso infatti si trova ai limiti delle due sfere della ricerca teorica e della ricerca induttiva,

---

(12) P. SYLOS-LABINI: *Oligopolio e progresso economico*, p. 28, Torino, 1961.

(13) C. MARX: *Das Kapital*, Stuttgart, 1920. Nella trad. it. (Torino 1886) il Cap. XXIII dell'ed. tedesca risulta il XXV di quella it. per una diversa suddivisione in quest'ultima del Cap. IV frazionato in 3 Cap.

con la conseguenza che mancando gli elementi di verifica statistica, per le note difficoltà di reperire dati idonei allo studio della concentrazione, vi è stata quasi una rinunzia *a priori* ad affrontare l'argomento dal punto di vista teorico. Non può infatti non sorprendere, ad esempio, che lo Schumpeter si soffermi in poche righe sull'argomento (14) e la signora Robinson (15), che pure ha dedicato un volume alla teoria economica del Marx, non abbia sentito il bisogno di affrontare, anche da un punto di vista critico, quella limitata e parziale impostazione data al problema in *Il Capitale*. Né un qualche contributo all'argomento è stato portato nei numerosi studi sulla formazione dei grandi complessi industriali, dei sindacati, dei *trusts*, dei cartelli, nei quali non mancano certo accenni alla concentrazione industriale, ma l'argomento è sempre trattato di sfuggita con una imprecisione di concetti che contrasta nettamente con lo sforzo rivolto a definire e qualificare quelle forme di accentrimento che caratterizzano un po' ovunque lo sviluppo industriale.

Il primo problema che va quindi affrontato per colmare la lacuna esistente e lamentata di una ricerca sistematica dei rapporti fra concentrazione industriale e forme di mercato è quello di precisare e definire preliminarmente ciò che, di volta in volta, si deve intendere per concentrazione, perché con concetti approssimati di questo fenomeno non si possono conseguire che idee molto approssimate dei rapporti esistenti fra la concentrazione e tutti gli altri fenomeni con essa connessi, comprese le forme di mercato.

Affronteremo quindi nei prossimi capitoli in primo luogo la questione generale della definizione della concentrazione e dei diversi aspetti sotto i quali essa si può presentare, per passare poi all'esame di ciò che deve intendersi per concentrazione economica e, in particolare, per concentrazione industriale.

Chiariti i concetti e precisati i metodi di analisi, cercheremo di mettere in evidenza i motivi per i quali senza una precisa analisi della struttura industriale le ricerche sui regimi di mercato mancano della loro base più concreta. Questo punto di vista non è affatto in contrasto con quanto abbiamo affermato e cioè che le misure della concentrazione non sono, e non possono dare, una misura del grado di concorrenza esistente nel mercato di un prodotto. Riteniamo infatti che un'analisi della struttura produttiva e dei processi di trasformazione ai quali le

---

(14) A. SCHUMPETER: *op. cit.*, p. 62.

(15) J. ROBINSON: *An essay on marxian economics*, London, 1941 (ed. it. Firenze 1951).

strutture sono soggette rappresenti la premessa necessaria di ogni indagine seria sul regime del mercato, e riteniamo anche che soltanto attraverso tali analisi è possibile distinguere nettamente i fattori strutturali che influiscono sulle condizioni del mercato da tutti gli altri fattori che talvolta possono essere preminenti, ma che molto spesso non sono altro che la conseguenza di determinate strutture.

Ai capitoli nei quali saranno affrontati i problemi generali seguiranno alcune ricerche sulla concentrazione in alcuni settori industriali al duplice scopo di saggiare i metodi di ricerca proposti e di mettere in evidenza la struttura di alcune industrie. A tal riguardo avremmo potuto seguire due vie diverse: una rivolta a fornire un quadro completo per ciascuno dei settori studiati e l'altra, più ambiziosa, diretta a ripartire lo studio in capitoli destinati ad esaminare i diversi aspetti della concentrazione nelle varie industrie.

Abbiamo rinunciato a questa seconda via allo scopo di rendere più evidente il quadro di ogni singolo settore studiato ed anche perché non ci sembra che in una prima ricerca come la presente, limitata ad un numero ristretto di attività industriali, sia il caso di azzardare generalizzazioni.

---

---

## CAPITOLO II.

### LA CONCENTRAZIONE INTESA COME UN RAPPORTO PERCENTUALE E COME GRADO DI DISUGUAGLIANZA

L'analisi della concentrazione economica in generale e della concentrazione industriale in particolare è possibile soltanto se si hanno idee chiare su che cosa si deve intendere per concentrazione. Vi sono almeno quattro ragioni che inducono prima di ogni altra cosa di chiarire questo concetto, perché:

*a)* nella letteratura economica il termine concentrazione, come caratteristica di una distribuzione, è usato in modo impreciso;

*b)* nella letteratura statistica il concetto di concentrazione viene in generale subordinato alle diverse misure che vengono proposte;

*c)* non viene mai definito il concetto di concentrazione in senso dinamico e si confondono i concetti di concentrazione e di processo di concentrazione;

*d)* nella letteratura economica si confondono i concetti di concentrazione e accentramento e di processi di concentrazione e processi di accentramento.

I recenti studi sulla concentrazione industriale negli Stati Uniti, ove l'argomento nell'ultimo ventennio si è imposto all'attenzione al punto che nel 1952 su di esso è stata convocata una conferenza universitaria sotto gli auspici del *National Bureau Committee for Economic Research*, ed in Germania, ove, nel 1960, sull'argomento è stato tenuto un convegno del *Verein für Sozialpolitik*, inducono anch'essi ad una precisazione dei concetti perché non sembra che ci si possa accontentare da un lato di concetti vaghi ed approssimativi e dall'altro lato di una presunta distinzione fra concentrazione e « scarsità » degli elementi di una distribuzione che si presentano con maggior intensità del carattere.

Prima quindi di procedere ad una analisi del concetto di concentrazione è necessario soffermarsi sulla comune identificazione della concentrazione con un semplice rapporto percentuale.

Fin dagli studi del Means e dalle ricerche del *Temporary National Economic Committee* (T.N.E.C.) lo studio della concentrazione è stato condotto sulla base della percentuale della produzione (o altro carattere) in una, due, tre, quattro, ecc. imprese maggiori (1). Tutte le inchieste e gli studi che sono seguiti si sono uniformati a questa impostazione, compresi i noti studi del Blair (2) e dell'Adelman (3) che se hanno dato luogo a varie discussioni sulla interpretazione dei risultati delle ricerche, non hanno però sollevato questioni sul concetto di concentrazione usato, ed anzi, ciò che è peggio, né questi autori né quelli che intervennero nella discussione si posero un problema di definizione del concetto. Soltanto nello studio del Rosenbluth ed in una nota dell'Adelman vengono in discussione le questioni connesse al concetto di concentrazione.

Vale la pena di soffermarsi sulle definizioni proposte da questi autori per mettere in luce soprattutto la necessità di un chiarimento generale sull'argomento.

Il Rosenbluth, iniziando il suo studio sulla « Misura della Concentrazione », premetteva che « Il termine "concentrazione economica" è stato usato in sensi molto diversi fra loro e "indici di concentrazione" sono stati costruiti per misurare un numero di caratteri del tutto distinti della struttura industriale. La nostra discussione verterà su quegli indici di concentrazione che misurano l'intensità con la quale un ristretto numero di aziende comprende una larga proporzione del prodotto di una industria. Questa definizione è un po' vaga perché essa implica due variabili, ma essa è sufficientemente precisa da permettere una discussione sul suo significato economico e per distinguerlo da altri concetti di concentrazione » (4). Secondo questo concetto la misura della concentrazione non è che il rapporto fra la produzione delle tre,

---

(1) A. A. BERLE and G. C. MEANS: *The modern corporation and private property*, New York, 1932; T.N.E.C.: *Monograph 29*, R. W. GOLDSMITH e R. G. PAMERLEE; National Resources Committee: *The structure of the American Economy*, Par. I, Washington, 1939.

(2) J. M. BLAIR: « Statistical Measures of Concentration », in *Business, Problems of Compiling and Interpretation, Annual Convention of the American Statistical Association*, 1950.

(3) M. A. ADELMAN: « The Measures of Industrial Concentration », in: *Review of Economics and Statistics*, novembre 1951.

(4) G. ROSENBLUTH: « Measures of Concentration », in: *Business Concentration and Price Policy*, p. 57, Princeton, 1955.

quattro, cinque o più imprese maggiori, secondo i casi, ed il totale della produzione dell'industria e la così detta curva di concentrazione è rappresentata da una curva tracciata su un sistema di assi ortogonali sulla cui ascissa è riportato il numero (in valore assoluto) delle unità (imprese), mentre sull'asse delle ordinate è riportata la percentuale del carattere (produzione) corrispondente alla prima impresa in ordine di grandezza, alle prime due imprese, alle prime tre imprese, e così via. La curva così tracciata rappresenterà la percentuale della produzione spettante all'impresa maggiore, quella spettante alle prime due imprese maggiori, quella spettante alle prime tre imprese maggiori e così di seguito.

Da questa « definizione » della concentrazione il Rosenbluth passa ad alcune considerazioni che dimostrano a sufficienza a quali conclusioni portano i concetti « vaghi e imprecisi » dei quali questo e gli altri autori si sono serviti nello studio del fenomeno concentrazione.

Afferma infatti questo autore che « La disuguaglianza è naturalmente connessa con la concentrazione e la conoscenza della loro relazione è importante. Dato un numero di imprese, la concentrazione aumenta con un aumento della disuguaglianza, e dato un grado di disuguaglianza, la concentrazione diminuisce con un aumento del numero delle imprese. Questa asserzione può essere dimostrata in diversi modi. Ciò consegue direttamente dalla nostra definizione della concentrazione come il grado con il quale un piccolo numero di imprese rappresenta una grande percentuale della produzione e dalla definizione della disuguaglianza come il grado con il quale una piccola percentuale di imprese rappresenta una elevata percentuale del prodotto. La mancanza di precisione di entrambe le definizioni non influisce sulla precisa relazione fra di esse. L'esame della relazione fra la curva di concentrazione e la curva di Lorenz dimostra l'affermazione stessa. La sola differenza fra le due curve è che la prima misura il numero cumulativo delle ditte lungo l'asse orizzontale, mentre l'altra misura le percentuali cumulative delle ditte. Di conseguenza se si confrontano due industrie con lo stesso numero di ditte ogni differenza nelle loro curve di concentrazione deve riflettersi in una differenza nelle loro curve di Lorenz. D'altra parte se confrontiamo due industrie che presentano le stesse curve di Lorenz, ogni differenza nelle loro curve di concentrazione deve riflettere una differenza nel numero delle ditte, l'industria con più ditte avrà una curva di concentrazione più lunga e giacente più in basso » (5). Se la relazione fra concentrazione e variabilità, nei diversi

---

(5) G. ROSENBLUTH: *op. cit.*, pp. 61-62.

sensi usati dal Rosenbluth, fosse così semplice come egli la prospetta ogni discussione sarebbe inutile, senonché l'imprecisione delle definizioni di cui si serve questo Autore crea soltanto un'ulteriore confusione nell'analisi della relazione che egli tenta di istaurare. La definizione che egli dà della concentrazione, a simiglianza di tutti gli altri Autori americani che si sono occupati dell'argomento, definizione in sé molto discutibile e per niente soddisfacente, riguarda il caso di una distribuzione per la quale si misura la percentuale del carattere in un certo numero di unità provviste in maggior misura delle altre del carattere stesso, ma tale definizione non ha alcuna validità quando si voglia considerare la concentrazione dal punto di vista delle variazioni alle quali essa è soggetta attraverso il tempo. Se infatti in un primo momento 4 imprese assommano il 60 per cento della produzione e nel secondo momento pure il 60 per cento, ma mentre nel primo momento il restante 40 per cento era suddiviso fra 10 imprese e nel secondo momento soltanto fra tre, in base alla definizione usata la concentrazione sarebbe rimasta costante. Come se non bastasse, la variazione della disuguaglianza di due distribuzioni è connessa alla concentrazione in senso dinamico soltanto in determinati casi, ma con eccezioni che hanno importanza addirittura assorbente, perché quando il numero dei termini che compongono il gruppo aumenta ed aumenta anche la variabilità ovvero il numero dei termini diminuisce e diminuisce anche la variabilità, nessun giudizio può essere formulato sulla concentrazione in base alla diversa disuguaglianza nei due momenti.

Il comportamento di quella che il Rosenbluth chiama curva di concentrazione ed il comportamento della curva di Lorenz, ammesso che la prima curva venga costruita per il numero complessivo delle unità considerate, non sono legati da una relazione così semplice come ritiene questo Autore perché indice totale della concentrazione calcolata in base a tale curva, indice che del resto non è stato proposto, considererebbe al numeratore la sommatoria della percentuale spettante al primo termine maggiore, della somma percentuale spettante ai primi due termini maggiori, della somma spettante ai primi tre termini maggiori, ecc. ed al denominatore il massimo della sommatoria nel caso che in un solo termine si concentrasse tutto l'ammontare del carattere. Ora un indice siffatto, desunto dalla curva descritta, avrebbe un significato ben diverso dall'indice risultante dall'area di concentrazione della curva del Lorenz ragguagliata all'area di massima concentrazione.

Gli inconvenienti derivanti da una netta distinzione fra la concentrazione quale si rileva per una distribuzione e la concentrazione studiata dal punto di vista delle sue variazioni appaiono anche più evi-

denti nello studio del Prais che appunto si proponeva di studiare proprio da un punto di vista teorico tali variazioni.

Il punto di partenza di questo studio è *sotto un certo aspetto* esatto perché non v'è dubbio che « Una delle vie per tracciare le variazioni della concentrazione degli affari è quella di confrontare il saggio di incremento delle imprese di diverse dimensioni. Se le imprese che sono grandi ad una certa data si accrescono successivamente rispetto alla media più rapidamente che le imprese piccole, la concentrazione ovviamente aumenta. Ma, comunque, non è detto sempre che non valga la proposizione inversa, cioè se le grandi imprese sono aumentate meno rapidamente delle piccole allora, benché possa sembrare paradossale, la concentrazione non diminuisce necessariamente » (6), ma in tal modo la questione della variazione del numero delle imprese non è considerata affatto e l'analisi è compromessa in quanto per questo autore il giudizio sulle variazioni della concentrazione è fondato sul differente grado di concentrazione in due diverse distribuzioni e la concentrazione è considerata « sinonimo » della variabilità (*in what follows we shall speak of the dispersion of size as being synonymous with concentration*). Nella critica che l'Adelman muove al Prais non si accenna nemmeno lontanamente all'inadeguatezza della definizione della concentrazione dalla quale parte questo Autore per studiare le variazioni alle quali può essere soggetta la concentrazione; la sola ed unica preoccupazione dell'Adelman è quella di difendere, in contrapposizione al concetto di concentrazione inteso come disuguaglianza, il concetto di « scarsità dei produttori e dei venditori » - determinato dal rapporto della produzione di un certo numero di imprese maggiori sul totale della produzione dell'industria - accusando il Prais di non essersi reso conto che la misura della concentrazione ottenuta dal citato rapporto non è un indice più semplice della concentrazione intesa come variabilità, ma una nozione del tutto diversa che ha rilievo economico mentre nessun rilievo avrebbe da tale punto di vista una misura della disuguaglianza (7).

L'equivoco sul quale si basa la così detta definizione della concentrazione è abbastanza chiaro. Non v'è alcun dubbio che la concentrazione « di un carattere in  $n$  di  $s$  elementi che costituiscono un gruppo, è data dal rapporto dell'ammontare del carattere spettante agli  $n$

---

(6) S. J. PRAIS: « The statistical condition for a change in business concentration », in: *The Review of Economics and Statistics*, agosto 1958, p. 168.

(7) M. A. ADELMAN: « Differential rates and changes in concentration », in: *The Review of Economics and Statistics*, febbraio 1959.



elementi sull'ammontare complessivo del carattere di tutti gli  $s$  elementi del gruppo », ma questo rapporto di composizione non definisce la « concentrazione », ma indica soltanto in quale misura si concentra il carattere negli  $n$  elementi. Fino a quando però non sappiamo in quale rap-

porto sta  $n$  ad  $s$ , la proporzione fra  $\sum_I^n x_i$  e  $\sum_I^s x_i$  ( $x_i$  = ammontare del

carattere spettante a ciascun elemento) ci dice ben poco, senza contare che il solo rapporto fra la quantità del carattere degli  $n$  elementi sull'ammontare complessivo del carattere non ci dice nulla sulla composizione secondo l'addensamento del carattere in ciascun elemento del gruppo rispetto agli altri.

A questo inconveniente rappresentato dal rapporto fra l'ammontare del carattere nei termini maggiormente dotati sulla quantità totale del carattere stesso, che non dà modo di conoscere la frazione dei termini maggiormente dotati sull'insieme dei termini che costituiscono il gruppo ha cercato di ovviare il Weissker proponendo di considerare l'esistenza del « fenomeno concentrazione » ogni qualvolta si verifichi

$\frac{u}{U} > \frac{b}{B}$ , dove  $u$  è l'ammontare del carattere corrispondente a  $b$  termini,  $U$  è l'ammontare complessivo del carattere e  $B$  il numero complessivo dei termini. Sicché la concentrazione per questo Autore sarebbe

messa in luce dal rapporto  $\frac{u \cdot B}{b \cdot U}$  (8). Questa proposta di definire la con-

centrazione come rapporto fra due rapporti, a parte il fatto che si ferma a considerare la concentrazione sempre come fenomeno particolare di un gruppo limitato di termini, non ha nemmeno il pregio dell'originalità come il suo autore ritiene, perché l'analisi della concentrazione fondata sulla disuguaglianza

$$\frac{a_{n-m+1} + a_{n-m+2} + \dots + a_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} > \frac{m}{n}$$

dove il numeratore della prima frazione rappresenta l'ammontare del carattere degli  $m$  termini ed il denominatore l'ammontare del carattere di tutti gli  $n$  termini, risale ai primi studi del Gini sulla concentrazione; e giustamente, a commento dello studio del Weissker, osserva lo Hanisch che il rapporto proposto « non è altro che l'espressione rivestita in una semplice e chiara forma matematica, di un qualsiasi

(8) J. WEISSKER: « Zum Problem der Konzentrationsmessung », in: *Allgemeines Statistisches Archiv.*, I, 1961, Band 45, pp. 27-34.

punto della così detta « curva di Lorenz » (9) tracciata iniziando dai termini maggiori invece che dai termini minori.

Che già altre volte la concentrazione sia stata definita come un rapporto di composizione non significa che una tale definizione sia giusta, tanto più che, specialmente dopo le precisazioni del Mortara, del de Vergottini e di chi scrive, non dovrebbero esistere molti dubbi sull'argomento (10).

Infatti, procedendo in ordine di tempo, la prima definizione della concentrazione che troviamo nella letteratura statistica è quella data dal Gini, il quale partendo da un aspetto della concentrazione nella fisica osservava che si dice « usualmente che una sostanza è tanto più concentrata, quanto maggiore ne è la quantità contenuta in un dato spazio o, altrimenti, quanto minore è lo spazio che ne contiene una quantità determinata. Tra i fenomeni che passeremo in esame ve ne sono alcuni per i quali abitualmente parliamo di concentrazione. Si dice ad esempio che, in una popolazione, la ricchezza è molto concentrata quando buona parte di essa è collocata in poche mani » (11). Questo concetto, espresso in modo piuttosto approssimativo, veniva successivamente chiarito nel modo seguente: « diremo che la concentrazione è tanto più forte, quanto più piccola è la parte che, sull'ammontare del carattere non supera un certo limite » (12).

In una nuova edizione del primo lavoro da noi citato (13) il Gini ometteva la definizione data in un primo tempo e ciò, evidentemente, ritenendo opportuno evitare che il concetto in questione potesse portare ad inutili equivoci fra densità e concentrazione.

Poiché in definitiva il secondo concetto definito dal Gini è poi quello che, come abbiamo visto, viene assunto come *la definizione della concentrazione*, è utile soffermarsi su di esso.

(9) G. HANISCH: « Einige Bemerkungen zur Messung der Konzentrationsmessung », in *Allgemeines Statistisches Archiv.*, I, 1961, Band 45, pp. 35-45.

(10) MORTARA: « Sulle disuguaglianze statistiche », in: *Bull. de L'Inst. Int. de Statistique*, Londra, 1934; M. DE VERGOTTINI: *Manuale di statistica metodologica*, Napoli, nonché in altri studi e specialmente: « Sulla concentrazione economica », in: *Rivista di politica economica*, 1948, Fasc. IV; P. BATTARA: « Sul concetto di concentrazione », in: *Rivista italiana di demografia e statistica*, 1948, Fasc. 1-2.

(11) C. GINI: « Indici di concentrazione e di dipendenza », *Bibl. dell'econ.*, Serie V, Vol. XX, Torino, 1910.

(12) C. GINI: « Sulla misura della concentrazione e della variabilità dei caratteri », in: *Atti del R. Ist. Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, 1913-1914, Tomo LXXIII.

(13) Ristampato in: *Memorie di statistica metodologica*, Vol. I, Milano, 1939.

Tornando all'esempio tratto dalla fisica, si dice, infatti, che un sale è più o meno concentrato in un liquido a seconda che l'unità di volume del liquido contiene una quantità maggiore o minore di sale. Una soluzione si dice poi satura quando, a parità di tutte le condizioni, natura del sale e del solvente, temperatura del solvente, ecc., una unità di volume del solvente non può contenere (in soluzione) più di una determinata quantità di sale. Questo concetto di concentrazione dei soluti nei solventi è equivalente al concetto di densità ed il rapporto fra quantità del solvente e quantità del soluto non è altro che una misura relativa della densità.

Passiamo ora a considerare un certo numero di recipienti contenenti il medesimo liquido ed il medesimo sale in soluzione e per ciascun recipiente determiniamo la concentrazione del soluto nel solvente, ovvero la densità relativa delle soluzioni. Avremo così una serie di densità relative dal cui confronto potremo giudicare della maggiore o minore densità o concentrazione esistente nei singoli recipienti. Perché, evidentemente, il confronto delle densità relative sia possibile, ammettiamo che per tutti i recipienti esistano condizioni di parità fisica cioè condizioni identiche di solubilità.

Esaminando, alla luce del secondo concetto espresso dal Gini, la distribuzione del sale nei diversi recipienti, diremo che la concentrazione è tanto più forte quanto più è piccola la quota che, sull'ammontare totale del sale sciolto nei vari recipienti, spetta a quella parte di essi nei quali la densità del sale non supera un certo limite.

Fra il primo concetto di concentrazione, che si identifica con il concetto di densità relativa, ed il secondo concetto, che in ultima analisi si risolve in un giudizio su densità diverse fra di loro, esiste indubbiamente un nesso logico, in quanto la possibilità di esprimere il giudizio è condizionato dalla conoscenza delle singole densità relative esistenti nei singoli recipienti.

Ma si può dire che il concetto di concentrazione resti definito in tal modo?

Non sembra che un « giudizio » relativo tratto da un confronto fra densità diverse di un carattere in elementi, diversamente provvisti del carattere stesso, possa assumersi come definizione del fenomeno che è oggetto del giudizio. Il fatto stesso che nella così detta definizione si sia costretti a ricorrere ad espressioni come *più* o *meno* dimostra a sufficienza che siamo in presenza di giudizi e non di una definizione.

Ciò che ci consente di dire che in uno, due o tre recipienti degli  $n$  considerati il sale è più concentrato che negli altri  $n-1$ ,  $n-2$ ,  $n-3$ , ecc. recipienti è l'esistenza di diverse densità relative di sale nel liquido

contenuto negli  $n$  recipienti ed il nostro giudizio è legato unicamente alla possibilità che un carattere si distribuisca fra i diversi elementi di una collettività con intensità diversa.

Che tale possibilità si definisca come « l'attitudine di un carattere ad assumere differenti modalità quantitative » (14) o come « l'esistenza di differenti modalità quantitative di un carattere in una collettività » (15), resta fermo che il dire che in una distribuzione vi è concentrazione significa soltanto esprimere un giudizio sulla maggiore o minore attitudine, o possibilità, dei singoli elementi di presentarsi con una diversa dose di carattere, il che non è altro che apprezzare la variabilità del carattere. Infatti l'attitudine o la possibilità che un fenomeno collettivo assuma differenti modalità quantitative è la definizione della variabilità e soltanto *a posteriori*, quando si è constatato che certi elementi sono più provvisti del carattere che non gli altri si può esprimere un giudizio sulla possibilità del diverso addensamento affermando che la distribuzione presenta una concentrazione. Se poi si dovesse constatare che tutti gli elementi della collettività sono ugualmente provvisti dello stesso carattere si potrà dire che non esiste concentrazione o meglio ancora si dirà che la distribuzione è omogenea, intendendo con ciò che quella possibilità del carattere a distribuirsi fra i diversi elementi in modo diverso non si è verificata nella distribuzione esaminata.

A conclusioni non diverse si giunge se invece della definizione del Gini si prende in considerazione quella data dal Bonferroni, il quale così si esprime: « Dire che il carattere complessivo espresso dalla somma  $\sum x_i$  è distribuito poco uniformemente tra gli  $n$  elementi  $x_i$ , vuol dire che la somma ora detta è, nella massima parte, concentrata in pochi elementi » (16). Questa definizione, come ognuno può convincersi, può essere enunciata, senza alcun inconveniente, nel modo seguente: « Dire che il carattere complessivo espresso dalla somma  $\sum x_i$  è distribuito con una forte variabilità tra gli  $n$  elementi  $x_i$ , vuol dire che la somma ora detta è, nella massima parte, concentrata in pochi elementi ». Da questa definizione appare quindi anche più chiaro che il termine concentrazione è usato unicamente per esprimere un apprezzamento sulla variabilità.

---

(14) C. GINI: *Variabilità e mutabilità*, Istituto Economico-Giuridico della R. Università di Cagliari, Bologna, 1912.

(15) M. DE VERGOTTINI: *Manuale di statistica metodologica*, Napoli, 1948.

(16) C. E. BONFERRONI: *Elementi di statistica generale*, p. 53, Torino, 1933.

Di fronte agli autori che distinguono la concentrazione dalla disuguaglianza, sempre s'intende con riferimento ad una determinata distribuzione, vi sono altri che identificano i due concetti. Valga da esempio il v. Borkiewicz (che non sente nemmeno il bisogno di usare la parola concentrazione) il quale chiarisce il concetto in questo modo: « Per esprimere chiaramente la disuguaglianza della distribuzione del reddito si usa da tempo calcolare due cifre relative comparandole fra di loro; di esse l'una esprime la frazione che sul complesso dei redditi formano coloro il cui reddito è superiore o inferiore ad un certo ammontare e l'altra è la frazione del reddito complessivo che spetta a questi redditi... »; « la disuguaglianza della distribuzione del reddito è tanto più accentuata quanto più la frazione delle persone che si trovano al di sopra o al di sotto di un certo limite di reddito è superiore o rispettivamente inferiore alla corrispondente frazione del reddito » (17).

Una definizione che, a simiglianza di quella del v. Borkiewicz, fa coincidere il concetto di concentrazione con quello di disuguaglianza è quella data dal Mortara e sulla quale va richiamata l'attenzione per la sua chiarezza concettuale.

« Volendo comparare - scrive il Mortara - tra di loro  $n$  dati statistici, che costituiscono misura di un carattere quantitativo di altrettanti individui li disporremo in ordine decrescente di grandezza e diremo che il carattere è più o meno concentrato secondo che la quantità di esso posseduta da ciascun individuo cresce più o meno rapidamente nel passare dalla minima alla massima. La media aritmetica degli  $n$  dati indica la quantità di carattere che toccherebbe a ciascun individuo nell'ipotesi di distribuzione uniforme della quantità totale esistente; quanto maggiori sono le deviazioni delle quantità effettivamente possedute dai singoli individui da questa media - deviazioni verso il basso in una prima parte dell'ordine da noi stabilito, verso l'alto in una seconda parte di esso - tanto maggiore diremo la concentrazione del carattere. Il concetto di concentrazione viene così ricondotto a quello di disuguaglianza...; il concetto di concentrazione relativa si riconduce a quello di disuguaglianza relativa; il concetto di grado di concentrazione si riconduce a quello di grado di disuguaglianza » (18).

Questa definizione del Mortara si presenta particolarmente interessante per il ragionamento in essa implicito. Questo autore parte dal

---

(17) L. v. BORKIEWICZ: « Die Disparitätsmasse der Einkommenstatistik », in: *Bull. de l'Inst. Int. de Statistique*, pp. 184-185, Tome XXV, 3<sup>ème</sup> Livr., La Haye, 1931.

(18) G. MORTARA: *op. cit.*, pag. 168.

presupposto che « Le misure della disuguaglianza possono essere fondate sopra due diverse definizioni della disuguaglianza:

A) o si definisce "disuguaglianza" la deviazione di ciascuno dei dati in esame da un livello ipotetico di uguaglianza, che normalmente si fa corrispondere ad una media dei dati stessi (per lo più alla media aritmetica);

B) o si definisce "disuguaglianza" la deviazione di ciascuno dei dati in esame da ciascuno degli altri » (19).

In entrambi i casi in pratica noi misuriamo soltanto la disuguaglianza da due punti di vista diversi e poiché quando parliamo di « concentrazione » noi facciamo soltanto un apprezzamento in base ad uno od all'altro dei modi di considerare la disuguaglianza o su entrambi è evidente che un concetto di concentrazione a sé stante non esiste, poiché in definitiva noi riduciamo tale giudizio esclusivamente al grado della disuguaglianza comunque considerata.

Nella ricerca di una definizione autonoma della concentrazione il de Vergottini ha ritenuto di battere una strada indiretta; di coglierne cioè il concetto mettendo a confronto fra di loro i metodi con i quali si misura la disuguaglianza e la concentrazione. La conclusione alla quale arrivava questo Autore era « che la concentrazione non è che la variabilità riferita alla distribuzione integrale, ossia ai valori medi dedotti da questa, mentre la variabilità riguarda la distribuzione dei termini. In questo senso va accettata la distinzione proposta dal Mortara, che la variabilità o disuguaglianza sarebbe una caratteristica della curva di distribuzione per grandezza dei dati, mentre la concentrazione sarebbe una caratteristica della curva integrale della precedente. Tenendo presente che i dati della distribuzione integrale, ad eccezione di uno, sono formati da gruppi di termini, si potrebbe definire la concentrazione come la variabilità dei gruppi di termini ottenuti con la costruzione della distribuzione integrale, e quindi essa sarebbe una caratteristica di particolari gruppi di termini, mentre la variabilità sarebbe una caratteristica dei singoli termini. E poiché la variabilità dei gruppi di termini ottenuti mediante la distribuzione integrale dipende da quella dei singoli termini, si potrebbe definire la concentrazione come la *variabilità della variabilità* » (20). Queste osservazioni sono indubbiamente interessanti dal punto di vista del significato dei vari indici studiati per esprimere la disuguaglianza, ma a noi non sembra che da esse venga fuori un concetto a sé stante della concentrazione. Prova

(19) IDEM, *ibidem*, pag. 165.

(20) M. DE VERGOTTINI: *Manuale di statistica*, p. 149, Napoli, 1948.

ne sia che subito dopo di essere arrivato a questa definizione il de Vergottini soggiunge: « A questa definizione si può arrivare anche per altra via, partendo dalle quantità trasferibili. Analogamente a quanto si verifica per le intensità dei singoli termini, possiamo determinare sia la somma delle quantità trasferibili o una grandezza proporzionale alla stessa, sia grandezze che siano funzione oltre che della somma delle quantità trasferibili anche della loro distribuzione, ossia della disuguaglianza o variabilità. Potremo chiamare variabilità il puro e semplice ammontare delle quantità trasferibili, qualunque sia il termine di riferimento per la loro determinazione, o una qualsiasi grandezza ad esso proporzionale, e concentrazione le grandezze che sono funzione non solo dell'ammontare delle quantità trasferibili ma anche della loro distribuzione (variabilità). Perciò saranno indici di variabilità lo scostamento medio dalla media aritmetica, mentre saranno indici di concentrazione lo scostamento quadratico medio e la differenza media.

« La concentrazione considera quindi non soltanto l'ammontare delle quantità trasferibili, ma anche la strada percorrenda dalle stesse per passare dalla distribuzione effettiva alla equidistribuzione. Perciò tra la variabilità e la concentrazione sussiste una differenza analoga a quella tra il puro e semplice volume delle merci trasportate e la somma dei prodotti delle merci trasportate  $\times$  km percorsi. Ne segue che la concentrazione sarebbe un concetto più ampio della variabilità, ma tanto la prima quanto la seconda possono considerarsi da un punto di vista sia assoluto sia relativo e quindi viene a cadere la caratteristica, ritenuta sinora essenziale, della concentrazione, quella di essere un concetto relativo (generalmente si afferma che la concentrazione è un particolare aspetto della variabilità relativa) ».

Da queste considerazioni appare chiaramente che a seconda che si usi un indice piuttosto che un altro si mettono in luce certi aspetti della disuguaglianza invece che altri, ma il fenomeno che risulta analizzato resta sempre messo a fuoco sotto il profilo della disuguaglianza. L'analogia fra merci trasportate e merci-chilometro trasportate con gli indici semplici e ponderati di disuguaglianza (ammontare delle quantità trasferibili moltiplicate per strada percorrenda) mette sì in luce il diverso significato degli indici, ma come per le prime non risulta un concetto diverso dei « trasporti » così dai secondi non risulta un concetto diverso della « disuguaglianza ». Infatti se ci interessa sapere quante merci sono state caricate nelle diverse stazioni la misura che ci servirà per conoscere il movimento delle merci nelle stazioni sarà l'ammontare delle merci, mentre se ci interessa conoscere lo sforzo di trazione sopportato dalle ferrovie nel trasportare le merci la misura

di esso ci sarà dato dalle tonnellate-chilometro delle merci trasportate. Le due misure si integrano, ma il fenomeno che mettono in luce è sempre lo stesso.

Non v'è dubbio che le osservazioni citate hanno contribuito a mettere in evidenza i diversi profili sotto i quali può essere esaminata la variabilità, ma da esse non risulta che meglio definita la variabilità stessa. L'originalità dell'esposizione del de Vergottini sta nell'aver messo in evidenza che ciò che fino allora si riteneva essere la variabilità non era che un suo aspetto particolare e la distinzione introdotta, *mutatis mutandis*, mette in luce una differenza non diversa da quella esistente fra la media aritmetica semplice e la media aritmetica ponderata, la quale comprende e risolve in sé la media semplice come suo caso particolare in cui i termini si presentano con peso *uno*.

Il merito del de Vergottini nella chiarificazione del concetto di variabilità è senza dubbio importante, ma la sua esposizione ci conferma che *un concetto a sé stante della concentrazione riferita ad una distribuzione non esiste*. Il fatto stesso di aver trovato l'estensione del concetto di variabilità, per cui la variabilità sin qui considerata non sarebbe che un caso particolare, proprio cercando la definizione della concentrazione, ci fa ritenere, a meno di non voler chiamare con il termine concentrazione la variabilità nel suo significato più esteso, e variabilità la variabilità nel suo significato più ristretto, che la concentrazione non ha un significato diverso da quello della variabilità o disuguaglianza che dir si voglia.

Stabilita l'identità di significato della concentrazione e della variabilità per quanto riguarda *una determinata distribuzione*, quel particolare concetto di concentrazione desunto dal rapporto fra l'intensità del carattere nelle unità maggiormente provviste del carattere e l'ammontare complessivo del carattere non ha che il limitato significato di un rapporto di composizione qualunque. Tutti gli sforzi dei diversi autori per dimostrare che si tratta di un concetto autonomo cadono nel vuoto perché nessuno mai riuscirà a persuadere che una piccola parte di una distribuzione abbia un significato maggiore e più completo di una distribuzione considerata nel suo insieme, che il rapporto fra l'intensità del carattere nei primi 4 elementi abbia un significato maggiore della serie dei rapporti relativi all'ammontare del carattere di uno, due, tre... ( $n-1$ ),  $n$  elementi ordinati secondo le loro dimensioni.

Già il Rosenbluth ed altri, ed ultimamente il Houssiaux, che per quanto ci consta dà la più ampia rassegna dei metodi di misura della concentrazione nel senso inteso dagli autori americani, mettono in evidenza che all'economista, che studia le forme del mercato, interessa di



più un rapporto che mette in evidenza che 4 imprese rappresentano il 65 per cento della produzione che non il rapporto che mette in evidenza che l'1,6 per cento delle imprese rappresenta il 65 per cento della produzione. Ma a questa affermazione si può rispondere benissimo dicendo che per l'economista non è assolutamente indifferente che il restante 35 per cento della produzione sia rappresentato da una impresa o da 246 imprese.

A quali conclusioni possa portare la confusione fra concentrazione e disuguaglianza relativamente ad una data distribuzione appare in modo chiaro dal seguente brano che traiamo dal Houssiaux, dal quale traspare la pretesa che gli indici ricavati da un limitato numero di termini sono rappresentativi, mentre gli indici ricavati da tutta la distribuzione si prestano ad equivoci, come se non fosse più che pacifico che gli indici vanno presi per quello che possono dire e che nessun indice può dare la nozione esatta e non sintetica di una distribuzione.

« Il significato economico - scrive il Houssiaux - di un indice di disuguaglianza può generare confusione più che l'interpretazione dei rapporti di concentrazione. Si definisce, infatti, la disuguaglianza come " qualunque deviazione rispetto alla situazione di perfetta eguaglianza ". Un'industria presenta un grado di disuguaglianza quando le imprese non hanno tutte le stesse dimensioni. Per l'economista non ogni tipo di disuguaglianza presenta lo stesso interesse. La concorrenza non implica l'eguaglianza di fatto delle imprese, ed una struttura di mercato concorrenziale è compatibile con un certo grado di disuguaglianza. L'economista si interessa di più a quelle situazioni nelle quali la disuguaglianza è anormale o eccessiva. L'utilizzazione delle misure della disuguaglianza nel campo dell'organizzazione e del controllo industriale impone la determinazione di criteri che si fondano di fatto su un giudizio di valore: a partire da quel grado di disuguaglianza una distribuzione di imprese secondo le loro dimensioni potrà essere considerata come eccessivamente disuguale? Le misure della disuguaglianza presentano dunque questo inconveniente sulle misure della concentrazione di non poter essere utilizzate senza la previa definizione del modo di interpretare gli indici » (21).

La debolezza di tutto il ragionamento appare evidente da quest'ultima frase perché se è vero che misurata la disuguaglianza essa va apprezzata per poter concludere se essa è elevata o bassa, non è men vero che dal semplice rapporto di composizione che dà una certa percentuale di prodotto per un ristretto numero di imprese l'apprezzamento è altret-

---

(21) J. HOUSSIAUX: *Le Pouvoir de Monopole*, p. 166, Toulouse, 1958.

tanto soggettivo, con la differenza però che mentre confrontando il grado di disuguaglianza si considerano le dimensioni di tutte le imprese, confrontando invece i rapporti per le 4 maggiori imprese, ad esempio, sfugge ogni elemento di giudizio per tutte le altre. Se, ad esempio, due industrie si presentano rispettivamente con 10 e 100 imprese e per entrambe le industrie 4 imprese accentrano il 60 per cento della produzione, il rapporto per le prime quattro ci dirà che la concentrazione nelle due industrie è identica, mentre in effetti la struttura produttiva delle due industrie e le condizioni di mercato nelle quali esse operano saranno del tutto diverse.

Ciò che non si può escludere, specialmente se si ha riguardo a paesi con gradi elevati di disuguaglianza delle imprese nelle diverse industrie, è che di fatto i rapporti di composizione per un gruppo ristretto di imprese possa anche rappresentare un sintomo interessante del grado di disuguaglianza delle distribuzioni.

Per quanto ci consta il solo tentativo di mettere a confronto i rapporti di densità in un numero limitato di imprese ed i corrispondenti indici di variabilità è quello fatto dal Rosenbluth per le industrie canadesi nel 1948.

Tale confronto è stato fatto usando un « indice sommario di concentrazione » che altro non è che un indice di variabilità e che il Housiaux (22) classifica, insieme con un indice praticamente identico proposto dall'Istituto di Statistica della Francia, come « tasso ricapitolativo della concentrazione ».

L'indice in questione è quello proposto dal Herfindahl (23) che è dato da  $C = \sum \left( \frac{x_i}{\sum x_i} \right)^2$  dove  $x_i$  sono i termini della serie. Questo indice può variare fra 1, nel caso di massima concentrazione, e  $\frac{1}{n}$  nel caso di omogeneità dei termini (tutti uguali fra di loro). Questo indice non è altro che il numeratore della varianza calcolata sulla frazione  $\frac{x_i}{\sum x_i}$  aumentato di una quantità pari a  $\frac{1}{n}$  (24).

(22) J. HOUSIAUX: *op. cit.*, p. 162.

(23) O. C. HERFINDAHL: *Concentration in the Steel Industry*, Columbia University, 1950.

(24) Se infatti si indica  $x_i$  l'intensità del carattere per ogni termine e con  $S$  l'ammontare complessivo del carattere per tutti gli  $n$  termini il numeratore di  $\sigma^2$  sarà  $\sum \left( \frac{x_i}{S} - \frac{1}{n} \right)^2$ , essendo la somma di  $\frac{x_i}{S} = 1$  e quindi la media aritmetica  $\frac{1}{n}$ . Sviluppando la sommatoria,  $n \sigma^2 = \sum \left( \frac{x_i}{S} \right)^2 - \frac{1}{n}$  e cioè  $\sum \left( \frac{x_i}{S} \right)^2 = n \sigma^2 + \frac{1}{n}$ .

Il Rosenbluth (25) ha trovato per 96 industrie manifatturiere canadesi un indice di cograduazione dello Spearman pari a 0,980 confrontando l'indice di Herfindahl ed il rapporto fra l'occupazione nelle tre maggiori imprese ed il totale dell'occupazione nelle singole industrie. Ma sul significato di un così alto grado di cograduazione vanno fatte molte riserve, non dissimili da quelle che si possono fare agli stessi indici di cograduazione calcolati dallo stesso Rosenbluth per 26 industrie negli Stati Uniti (1947):

*Concentrazione.*

(Rapporto percentuale del capitale netto sul totale).

	Nelle 2 imprese maggiori	Nelle 3 imprese maggiori	Nelle 4 imprese maggiori
Concentrazione nella impresa maggiore	0,966	0,924	0,914
Concentrazione nelle prime 2 imprese maggiori . . . . .	—	0,961	0,939
Concentrazione nelle prime 3 imprese maggiori . . . . .	—	—	0,984

Se, infatti, da tali indici si dovessero trarre conclusioni si potrebbe dire liberamente che è sufficiente conoscere il rapporto della produzione per l'impresa maggiore di un'industria per avere una idea quasi sempre esatta delle condizioni dell'industria stessa. Questo s'intende non è vero che soltanto per i casi per i quali esiste un elevato grado di accentrimento della produzione in un numero ristretto di imprese e gli indici di cograduazione soprariportati hanno il solo significato che per il gruppo di industrie prescelto per l'esame sussiste questa condizione di elevato grado di addensamento della produzione in pochissime imprese.

La conclusione alla quale siamo arrivati in questa prima parte della nostra esposizione è che *un concetto di concentrazione diverso dal concetto di disuguaglianza (variabilità), fino a quando l'esame è portato su una distribuzione, non esiste e che i rapporti percentuali per un*

(25) G. ROSENBLUTH: *op. cit.*, pp. 64-69.

*numero limitato di elementi non rappresentano un concetto a sé stante, ma se mai un sintomo della disuguaglianza che sotto un certo aspetto può anche essere significativo, ma in molti casi non ha che scarso significato.*

Prima di proseguire nella nostra esposizione ci sembra necessario soffermarsi ancora su alcune obiezioni che vengono mosse alla identificazione della concentrazione, riferita ad una singola distribuzione, con la disuguaglianza. Nel corso della nostra esposizione abbiamo già avuto occasione di esaminare l'opinione di alcuni autori che contrappongono al concetto di disuguaglianza il concetto di « scarsità » dei termini che accentrano un'elevata aliquota di carattere, ma alcuni autori hanno mosso anche altre obiezioni che si collegano direttamente a quanto cercheremo di chiarire nelle prossime pagine e che ha già fatto oggetto dei nostri studi sulla concentrazione fin dal 1948.

L'obiezione principale che si muove da parte di alcuni studiosi alle misure o indici di disuguaglianza come misure o indici della concentrazione di una distribuzione si concretano tutte nella pretesa di una scarsa o nulla rappresentatività della curva di Lorenz quando con essa si voglia mettere in luce la concentrazione. In pratica ed anche dal punto di vista teorico tali obiezioni hanno il solo significato di negare che la disuguaglianza e la concentrazione riferite ad una sola distribuzione abbiano lo stesso significato.

In uno degli studi contenuti nel volume *Die Konzentration in der Wirtschaft* a cura dell'Arndt, il Fürst si poneva in una posizione nettamente critica nei confronti dell'uso della curva di Lorenz come strumento di analisi della concentrazione. Citiamo un brano significativo del modo come questo ed altri autori pongono il problema della relazione fra disuguaglianza e concentrazione. Scrive il Fürst: « Contro l'uso delle curve di Lorenz stanno motivi convincenti. Le esperienze pratiche hanno messo in luce presto che con questo metodo si raggiungono in molti casi risultati inadeguati. Che con tale metodo si sarebbero conseguiti risultati insoddisfacenti si sarebbe potuto arguire facilmente *a priori* in base ad un esame più preciso. Le curve di Lorenz infatti possono mostrare soltanto se una distribuzione è più disuguale di un'altra; ma esse si prestano in modo molto limitato a rappresentare i processi di concentrazione, perché un più elevato grado di concentrazione — che rientra nel concetto — non deve necessariamente essere connesso con una distribuzione uniforme e viceversa. Un esempio ipotetico di ciò è la fusione di molte piccole imprese, tutte di uguali dimensioni, in poche grandi imprese pure di dimensioni uniformi. Questo processo di concentrazione non modifica in niente la curva di Lorenz — che in questo

caso estremo viene a coincidere con la retta di equidistribuzione – perché è rimasto inalterato il grado di uniformità » (26).

Commentando queste osservazioni del Fürst, lo Hanisch (27), associandosi all'impostazione così data alla questione, aggiungeva che la curva di Lorenz mette in luce soltanto se una distribuzione è più o meno disuguale di un'altra, ma che una maggiore od una minore disuguaglianza non è necessariamente connessa ad una maggiore o minore concentrazione, aggiungendo però che fin tanto che il concetto di concentrazione non sarà definito in modo univoco e preciso si continuerà a considerare la concentrazione sotto diversi « aspetti » e le variazioni nel numero complessivo dei termini delle distribuzioni, in connessione con la concentrazione, avranno sempre un significato ambivalente.

Le considerazioni soprariportate mettono ancora una volta in luce a quali deplorabili confusioni porta la mancanza di precisione nella definizione del concetto di concentrazione. Le obiezioni infatti, viste dal punto di vista degli autori che le hanno formulate, hanno il solo significato che una misura o un indice di disuguaglianza può anche non mettere in luce la particolarità di una distribuzione per la quale si verifichi che un piccolo numero di termini o addirittura un solo termine possa comprendere una elevata frazione del carattere, dato che per essi la concentrazione significa soltanto questo.

L'obiezione non regge all'analisi dei concetti. In primo luogo la critica che il Fürst muove alla curva di Lorenz, ed in genere alla identificazione della concentrazione in senso statico con la variabilità, parte da una premessa sostanzialmente errata. Per dimostrare infatti il suo assunto questo Autore afferma che la curva di Lorenz non mette in luce i processi di trasformazione ai quali è sottoposta una distribuzione. L'affermazione è esatta; le curve di Lorenz, almeno come esse vengono comunemente considerate, non possono mettere in chiaro elementi che la tecnica costruttiva delle curve elimina *a priori*. Il fatto stesso che le curve integrali sono costruite in base alle percentuali dei termini ed alle percentuali dell'ammontare corrispondente del carattere, rende impossibili i confronti fra i numeri dei termini e le due distribuzioni. Ma questo non significa che per una distribuzione *singolarmente considerata* concentrazione e disuguaglianza non siano la stessa cosa. Tanto è vero che il Fürst per dimostrare il contrario è costretto a ricorrere

---

(26) G. FÜRST: « Stand der Konzentration in Westdeutschland », nel I Vol., p. 91, della raccolta di scritti *Die Konzentration in der Wirtschaft* a cura di H. Arndt, Berlino, 1960.

(27) G. HANISCH: « Einige Bemerkungen zur Messung der Konzentration in der Wirtschaft », in: *Allgemeines Statistisches Archiv.*, 1, 1961, Band. 45.

all'artificio di comprendere sotto lo stesso concetto una situazione statica ed un processo dinamico, cioè una distribuzione singolarmente presa ed un processo di trasformazione di una distribuzione attraverso il tempo. Ed è proprio qui il punto delicato di tutta la questione perché una cosa è la concentrazione di una distribuzione ed una cosa diversa è la concentrazione dal punto di vista dinamico.

Ma l'obiezione che la disuguaglianza non metta in luce la concentrazione statica non regge anche per un altro ordine di considerazioni. Che un indice sintetico non possa dare la rappresentazione analitica del comportamento di una curva in un suo tratto limitato significa soltanto che un indice o una misura della variabilità non servono quando si vuol mettere in luce una caratteristica di un limitato gruppo di termini di una distribuzione, come d'altra parte gli stessi indici non mettono in luce altri aspetti caratteristici della distribuzione stessa, come ad esempio il campo di variazione o la differenza interquartile. Ma il concetto di disuguaglianza non è affatto legato alle sue misure o agli indici sintetici che sono stati proposti per darne una rappresentazione sintetica ed anzi sappiamo che ciascuno di essi mette in evidenza un particolare aspetto con il quale la variabilità si presenta.

L'affermare quindi che una maggiore o minore disuguaglianza può non implicare una maggiore o minore « concentrazione » significa far chiaramente riferimento a determinate misure della disuguaglianza e alle dimensioni di un limitato numero di termini della distribuzione, riferite all'ammontare complessivo del carattere. Non v'è dubbio che in alcuni casi una distribuzione vista nel suo insieme può presentare una variabilità limitata, ed è ben noto che a seconda degli indici che si usano la sua rappresentazione può essere assai diversa, mentre nella stessa distribuzione possono sussistere alcune anomalie per singoli termini che si differenziano in misura notevole come dimensioni da tutti gli altri termini. Tali anomalie nello studio analitico delle distribuzioni possono rappresentare anch'esse caratteristiche tipiche delle distribuzioni ed in quanto tali possono meritare una particolare considerazione, ma ciò non significa che tali anomalie non rientrino nella natura del fenomeno sotto il profilo della sua variabilità. Sarebbe lo stesso che ammettere per una distribuzione delle stature di una popolazione che le forme di gigantismo esulino dalla variabilità generale del fenomeno stature e rappresentino un fenomeno a sé stante di « rarità », che può essere visto a prescindere dalla distribuzione delle stature in una collettività di individui.

---

---

### CAPITOLO III.

#### LA CONCENTRAZIONE IN SENSO DINAMICO COME FUNZIONE DELLA DISUGUAGLIANZA RELATIVA E DELLA DIFFUSIONE

Stabilita l'identità dei concetti di concentrazione e di disuguaglianza per un gruppo di elementi provvisti di un carattere, resta da appurare se i due concetti si identificano anche se invece di considerare una determinata distribuzione si considerano le trasformazioni alle quali è sottoposta una distribuzione attraverso il tempo o se si considerano due diverse distribuzioni che si vogliono mettere a confronto fra di loro.

Cominciamo con l'esaminare il diverso comportamento della disuguaglianza per le distribuzioni di un determinato carattere in due momenti diversi ovvero la distribuzione dello stesso carattere in due gruppi di elementi distinti.

Questo argomento è stato affrontato, come già si è detto, dal Prais, sotto un particolare aspetto e molti anni prima di lui dal de Vergottini. Entrambi questi autori hanno parlato di variazioni della « concentrazione », ma sappiamo ormai che nel senso usato disuguaglianza e concentrazione sono la stessa cosa. Infatti cambiando la parola concentrazione con quella di disuguaglianza il ragionamento rimane identico.

Abbiamo già avuto occasione di mettere in evidenza il punto di partenza del Prais nelle analisi delle variazioni della disuguaglianza ed il de Vergottini (1) osservava pure che per una distribuzione di  $n$  termini, ordinati per grandezza, la disuguaglianza (= concentrazione) resta invariata se tutti i termini variano nella stessa proporzione, la disuguaglianza aumenta se le variazioni sono tutte dello stesso segno o di segno differente, ma c'è perfetta cograduazione tra la grandezza

---

(1) M. DE VERGOTTINI: *Manuale di statistica metodologica*, pp. 140-141, Napoli, 1948.

dei termini e quelle delle variazioni, per modo che la massima variazione positiva (o la minima negativa) riguarda il termine maggiore e la minima positiva (o la massima negativa) spetta al termine minimo, mentre nulla di preciso si può dire se tra i termini e le loro variazioni esiste una relazione inversa e cioè se le maggiori variazioni negative o le minori variazioni positive spettano ai termini maggiori mentre ai minori spettano o le variazioni negative minori o le variazioni positive maggiori. L'indeterminatezza che si verifica in quest'ultimo caso dipende evidentemente dalla circostanza che nel passaggio, dall'una all'altra graduatoria i termini maggiori della prima possono diminuire al punto di diventare più piccoli (in via relativa) dei termini minori della prima graduatoria, mentre i termini più piccoli della prima graduatoria possono aumentare in modo da essere più grandi (in via relativa) dei termini maggiori della prima graduatoria. Infatti, agli effetti della disuguaglianza in due distribuzioni diverse, ciò che conta sono le differenze fra i termini maggiori e quelli minori a prescindere dalle variazioni che possono intervenire per gli *stessi termini* di una distribuzione in due momenti diversi. Ciò che conta infatti agli effetti della disuguaglianza sono le graduatorie secondo le dimensioni dei termini e non la diversità di posizioni che i singoli termini assumono nel passaggio dalla prima alla seconda graduatoria. Evidentemente se si dovesse tener conto degli ordini di graduatoria dei *singoli* termini in due momenti diversi, il ragionamento sarebbe diverso e si arriverebbe alle conclusioni che il Prais riassumeva nel modo seguente:

« A) Se le imprese sono raggruppate secondo le loro dimensioni iniziali allora (i) se le imprese maggiori hanno un saggio di incremento maggiore, la concentrazione aumenta; ma (ii) se le imprese maggiori hanno un saggio di incremento minore la concentrazione può aumentare o diminuire;

B) Se le imprese sono raggruppate secondo le loro dimensioni finali allora (i) se le imprese maggiori denotano un saggio di incremento minore, la concentrazione diminuisce; ma (ii) se le imprese maggiori presentano un saggio di incremento maggiore, la concentrazione può aumentare o diminuire » (2).

L'interesse però di un esame degli incrementi dei singoli termini della prima graduatoria rispetto alla seconda graduatoria e viceversa non riguarda la sola disuguaglianza, che, come si è detto, per il Prais è sinonimo di concentrazione. Ma su questo argomento avremo occasione di tornare.

---

(2) S. I. PRAIS: *op. cit.*



Le osservazioni sulle condizioni di variazione della disuguaglianza fin ora esaminate partono tutte dalla premessa che la distribuzione del carattere nel passaggio da una distribuzione all'altra riguardi sempre lo stesso  $n$  numero dei termini. Ma questa condizione si verifica soltanto in rari casi, mentre nella maggior parte dei casi invece ai processi di ridistribuzione del carattere fra i diversi elementi che compongono il gruppo iniziale, si aggiungono processi di aggregazione o di estinzione con la conseguenza che fra  $t_0$  e  $t_1$  si può avere  $n_0 \geq n_1$ .

Fino a quando  $n_0 = n_1$  non v'è dubbio che la disuguaglianza indica in modo preciso la variazione determinatasi nella composizione del gruppo nei due momenti in relazione alle variazioni intervenute nelle dimensioni relative fra i diversi elementi. Ma se fra i momenti  $t_0$  e  $t_1$  il numero dei termini aumenta o diminuisce il confronto fra la disuguaglianza del gruppo nei due momenti non significa affatto che i termini maggiori abbiano avuto un aumento relativamente maggiore dei termini minori o che i termini minori abbiano avuto un aumento proporzionalmente maggiore dei termini maggiori, o, comunque, che fra i due momenti si sia verificata una variazione nelle dimensioni dei termini conforme alle condizioni più sopra citate poste dal de Vergottini. *L'inserzione o l'uscita di un certo numero di termini fra i due momenti può modificare la disuguaglianza a prescindere dalle variazioni subite dai termini che formavano il gruppo nel momento iniziale.*

Il confronto fra la disuguaglianza nella distribuzione di un carattere fra due momenti diversi ci dirà unicamente se la disuguaglianza « interna » di ciascuna delle due distribuzioni è variata, ma nulla ci potrà dire sulla circostanza se tale variazione dipende dall'aumento o dalla diminuzione relativa subita dai termini che facevano parte del gruppo nel primo momento o se tale variazione è determinata dagli elementi che si sono estinti o che si sono aggregati.

Questo problema non è sfuggito a qualche studioso e, ad esempio, lo Hart ed il Prais, esaminando le diverse misure della concentrazione (= disuguaglianza) osservano: « Se questa misura della concentrazione mostra una variazione fra due date, è in generale necessario considerare i cambiamenti verificatisi negli altri fattori prima di giungere ad una conclusione sulla modificazione dello stato della concorrenza (3). Per

---

(3) I due autori si prefiggevano lo studio della concentrazione sotto questo punto di vista.

esempio può accadere che la concentrazione (= variabilità) aumenti, come dimostrato dalla varianza logaritmica, dal coefficiente del Gini o dal rapporto percentuale di concentrazione, ma che a questo aumento corrisponda un aumento del numero delle imprese dell'industria. Si sarà così verificata una forza contrastante che influisce sul grado di competitività, e sarà difficile in tali circostanze riassumere la variazione della situazione con un'unica misura. L'opinione messa in evidenza occasionalmente dal Blair, che queste difficoltà rendono non valido l'uso della curva di Lorenz e le misure ad essa connesse, è difficilmente difendibile nella sua forma estrema; poiché un aumento nel numero delle imprese può essere accompagnato da un aumento o da una caduta della curva di Lorenz in relazione alla variazione della disuguaglianza. Ciò che accade è una questione di fatto e i fatti possono essere fissati con riferimento sia alla variazione del numero delle imprese sia alla variazione della disuguaglianza. È certamente vero qui come in altre scienze applicate che si può sbagliare nel fare assegnamento su un singolo indice come sintesi di una situazione complicata » (4).

Nelle pagine seguenti vedremo invece come il problema possa trovare una adeguata soluzione, ma soltanto esaminando a fondo il concetto di concentrazione in senso dinamico.

Alcuni esempi ci aiuteranno meglio ad entrare nel vivo dell'argomento ed a porre il problema nei suoi termini essenziali.

Un primo esempio molto semplice chiarisce a sufficienza quanto si è detto (5).

Nel momento  $t_0$  esistono 20 società con un capitale complessivo uguale a 100 di cui la metà è detenuta da una sola società e l'altra metà si ripartisce in parti uguali fra le altre 19. Nel momento  $t_1$  delle 20 società ne rimangono 2 sole e ciascuna di esse possiede la metà del capitale complessivo. Mentre nel momento  $t_0$  fra le 20 società esisteva una certa disuguaglianza (è inutile darne qui la misura), nel mo-

---

(4) P. E. HART and S. J. PRAIS: « The Analysis of Business Concentration: A Statistical Approach », in: *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 119, Part. 2, 1956, Londra.

(5) L'esame delle questioni connesse alla trasformazione delle distribuzioni e alla definizione della concentrazione in senso dinamico fu da noi affrontato nello studio già citato *Sul concetto di concentrazione*. In uno studio pubblicato contemporaneamente il de Vergottini (*Sulla concentrazione economica*) perveniva alle stesse conclusioni, senza tuttavia soffermarvisi e passando invece a definire la concentrazione dinamica in funzione della disuguaglianza, considerata sotto un particolare punto di vista, della diffusione e dell'intensità totale e media del fenomeno. Di questo modo particolare di considerare la concentrazione dinamica ci occuperemo più oltre.

mento  $t_1$  fra le due società superstiti del gruppo originario non esisteva disuguaglianza di sorta. La misura della disuguaglianza nei due momenti ci dice che si è verificato un processo di livellamento completo, ma non ci dice affatto che questo livellamento si è verificato per effetto della scomparsa di 18 dei 20 elementi esistenti nel primo tempo.

Questo esempio ci pone di fronte a un caso il cui confronto fra i diversi gradi di disuguaglianza delle due distribuzioni che si confrontano non è sufficiente a dirci ciò che si è verificato fra i due momenti.

Negli studi fatti attraverso l'esame di distribuzioni singole, il problema essenziale che si poneva era quello della determinazione della legge di distribuzione del carattere negli elementi costitutivi del gruppo. Senonché dal punto di vista delle trasformazioni alle quali è soggetta una distribuzione, la disuguaglianza esistente nei due momenti diversi non mette in luce il processo dinamico di trasformazione.

Per chiarezza di esposizione dobbiamo soffermarci ancora su qualche esempio.

Nelle tabelle 1 e 2 riportiamo due distribuzioni di un certo carattere in due momenti diversi e che presentano valori relativi identici. Se su un sistema di assi cartesiani riportassimo le curve integrali delle distribuzioni contenute nelle due tabelle otterremmo due curve perfet-

TABELLA 1.

*Distribuzione nel momento  $t_0$ .*

INTENSITA	Frequenza	Ammon- tare	Percentuale	
	(A)	(B)	(A)	(B)
1. . . . .	8	8	22,2	7,4
2. . . . .	8	16	22,2	14,8
3. . . . .	6	18	16,7	16,7
6. . . . .	8	32	22,2	29,6
5. . . . .	2	10	5,6	9,3
6. . . . .	4	24	11,1	22,2
	36	108	100,0	100,0

TABELLA 2.

*Distribuzione nel momento  $t_1$ .*

INTENSITÀ	Frequenza	Ammon- tare	Percentuale	
	(A)	(B)	(A)	(B)
2 . . . . .	4	8	22,2	7,4
4 . . . . .	4	16	22,2	14,8
6 . . . . .	3	18	16,7	16,7
8 . . . . .	4	32	22,2	29,6
10 . . . . .	1	10	5,6	9,3
12 . . . . .	2	24	11,1	22,2
	18	108	100,0	100,0

tamente identiche. Tuttavia è innegabile che fra i due momenti, dal punto di vista dinamico, si è verificato un processo che ha portato alla riduzione del numero degli elementi costitutivi del gruppo e ad una corrispondente redistribuzione fra gli elementi superstiti della quantità di carattere già posseduta dagli elementi scomparsi.

Infatti la media aritmetica del carattere nel momento  $t_0$  era pari a 3 mentre nel momento  $t_1$  essa è eguale a 6. Fra il momento  $t_0$  ed il momento  $t_1$  il limite inferiore ed il limite superiore si sono elevati, il numero degli elementi è diminuito riducendosi alla metà e, mentre nel primo momento i termini con più di 5 di carattere rappresentavano appena l'11,1 per cento del complesso dei termini ed il 22,2 per cento dell'ammontare complessivo del carattere, nel secondo momento gli elementi con più di 5 di carattere rappresentavano il 55,6 per cento del complesso dei termini ed il 77,8 per cento dell'ammontare complessivo del carattere. Fra i due momenti quindi si è verificato un processo di redistribuzione del carattere che è andato a detrimento degli elementi meno provvisti di carattere ed a favore degli elementi maggiormente provvisti.

Se ora si confrontano le colonne (A) e (B) delle due tabelle appare evidente che, in senso relativo, la disuguaglianza non ha subito fra i

due momenti considerati alcuna modificazione e la sola circostanza che distingue le due distribuzioni è quella relativa alla contrazione del numero degli elementi che le compongono. Essendo rimasta invariata la disuguaglianza il processo di concentrazione dinamica intervenuto risulta dalla diminuzione del numero dei termini. Se le distribuzioni riportate nelle due tabelle fossero invertite rispetto al tempo la conclusione sarebbe esattamente opposta a quella alla quale siamo pervenuti perché, rimasta identica la disuguaglianza, il numero dei termini sarebbe aumentato e quindi si sarebbe in presenza di un fenomeno contrario a quello della concentrazione.

Nell'esempio ora fatto il giudizio si è potuto formulare facilmente perché la disuguaglianza relativa era rimasta fra le due distribuzioni uguale e quindi per giudicare della concentrazione bastava considerare il numero dei termini esistenti nei due momenti.

Vediamo ora il caso in cui anche la disuguaglianza relativa fra le due distribuzioni si modifica, e confrontiamo la distribuzione della tabella 1 con la distribuzione riportata nella tabella 3.

TABELLA 3.

*Distribuzione nel momento  $t_1$ .*

INTENSITÀ	Frequenza	Ammon- tare	Percentuale	
	(A)	(B)	(A)	(B)
6. . . . .	2	8	11,1	6,3
5. . . . .	1	5	5,6	3,9
6. . . . .	4	24	22,2	19,1
7. . . . .	3	21	16,7	16,7
8. . . . .	4	32	22,2	25,4
9. . . . .	4	36	22,2	28,6
	18	126	100,0	100,0

Rispetto alla distribuzione della tabella 1, nella distribuzione contenuta nella tabella 3 l'intensità media del carattere (espressa dalla media aritmetica) passa da 3 a 7, il numero dei termini diminuisce

da 36 a 18 e la disuguaglianza relativa, espressa dal rapporto di concentrazione del Gini, scende da  $R_0 = 0,307$  a  $R_1 = 0,131$ .

In questo caso evidentemente il nostro giudizio sul processo di concentrazione intervenuto fra i due momenti resta incerto perché la diminuzione del numero dei termini farebbe pensare ad un aumento della concentrazione, ma la diminuzione della disuguaglianza relativa fa ritenere possibile anche una diminuzione della concentrazione in senso dinamico.

Senza dilungarci in altri esempi, dal raffronto della variabilità relativa e del numero dei termini nel passaggio da una distribuzione all'altra si potranno avere i seguenti casi:

- 1) costanza del numero dei termini ed aumento della disuguaglianza relativa;
- 2) diminuzione del numero dei termini ed aumento della disuguaglianza relativa;
- 3) diminuzione del numero dei termini e costanza della disuguaglianza relativa;
- 4) aumento del numero dei termini e diminuzione della disuguaglianza relativa;
- 5) aumento del numero dei termini e costanza della disuguaglianza relativa;
- 6) costanza del numero dei termini e diminuzione della disuguaglianza relativa;
- 7) costanza del numero dei termini e costanza della disuguaglianza relativa;
- 8) aumento del numero dei termini ed aumento della disuguaglianza relativa;
- 9) diminuzione del numero dei termini e diminuzione della disuguaglianza relativa.

Nei casi 1), 2) e 3) la concentrazione nel tempo aumenta, nei casi 4), 5) e 6) la concentrazione diminuisce, nel caso 7) la concentrazione rimane invariata, mentre nei casi 8) e 9) il giudizio non può formarsi in base al confronto della semplice disuguaglianza relativa e del numero dei termini delle due distribuzioni.

Si è visto infatti che nel caso limite, quando i termini di una distribuzione si riducono ad uno solo e la disuguaglianza diventa quindi nulla, mentre il processo di concentrazione raggiunge il massimo, il confronto puro e semplice fra le misure della disuguaglianza porta invece a conclusioni opposte.

Da quanto siamo venuti esponendo appare chiaro che un concetto di concentrazione, che non si identifica con quello della disuguaglianza,

si delinea ogni qualvolta si pongono a confronto fra di loro due distribuzioni dello stesso carattere in due momenti diversi. Mentre infatti si è visto che fino a quando il giudizio è portato su una singola distribuzione « concentrazione » e disuguaglianza sono la stessa cosa ed il termine concentrazione (più o meno forte) non sta che ad indicare una disuguaglianza (più o meno elevata), quando si passa al confronto di due distribuzioni il grado di disuguaglianza non è sufficiente ad esprimere un giudizio sulla concentrazione, perché entra in giuoco nel concetto oltre alla disuguaglianza un altro elemento che è quello del diverso numero dei termini che compongono i due gruppi e questo elemento può essere anche decisivo nel giudizio che deve essere formulato.

Esiste quindi un concetto di concentrazione, che ha bisogno di una sua definizione, alla formazione del quale concorre da un lato il concetto di disuguaglianza e dall'altro lato un diverso concetto che è quello della diffusione.

Su quest'ultimo concetto ci sia consentito di aprire una parentesi dato che ad esso è stata prestata scarsa attenzione, mentre nello studio della concentrazione dal punto di vista dinamico esso assume importanza di primo piano. In verità qualche cenno a questo fenomeno nella letteratura non manca, ma si tratta di richiami puramente incidentali, mentre a nessuno è sorto il dubbio che proprio dall'accostamento fra disuguaglianza e diffusione potesse uscire quel concetto di « concentrazione » dinamica che in definitiva nella storia delle dottrine economiche è stato introdotto per indicare i processi di trasformazione ai quali sono soggette le distribuzioni dei capitali e dei redditi e non certo per indicare la disuguaglianza esistente in una singola distribuzione.

Già il Bresciani-Turroni, in uno studio che risale agli albori di questo secolo, avvertiva, trattando della comparazione delle seriazioni dei redditi e dei patrimoni, che « Bisogna tener ben distinti questi due concetti: diffusione del benessere, dell'agiatezza, della ricchezza e diminuzione della disuguaglianza dei redditi » (6), ed il De Stefani molti anni or sono osservava che « Per un dato carattere si ha un massimo di diffusione tra i componenti di una collettività quando esso è da tutti posseduto, e ciò senza riguardo alla misura del possesso: diciamo invece che quel carattere è equamente distribuito quando è dagli stessi posseduto in egual misura. Quindi si parlerà sempre e soltanto di diffusione a proposito di caratteri qualitativi, che non ammettono cioè gradazione di intensità; riguardo invece dei caratteri quantitativi si

---

(6) C. BRESCIANI-TURRONI: « Sull'interpretazione e comparazione di seriazioni di redditi e patrimoni », *Giornale degli economisti*, gennaio, 1907.

potrà esaminare ad un tempo la diffusione ed il modo della loro distribuzione... Una distribuzione uniforme tra tutti i componenti di un gruppo implica un massimo di diffusione della ricchezza, laddove un massimo di diffusione non implica una distribuzione uniforme. Inoltre si può distinguere la distribuzione fra coloro che possiedono (*distribuzione relativa*) e la distribuzione fra tutti gli individui che costituiscono il gruppo considerato (*distribuzione assoluta*) » (7).

A parte il fatto che di diffusione si può e si deve parlare anche a proposito dei caratteri quantitativi, prova ne sia che lo stesso De Stefani ne parla, non v'è dubbio che le osservazioni di questo Autore hanno un notevole interesse ai fini delle nostre ricerche.

Che poi nello studio della concentrazione l'aspetto della diffusione non sia trascurabile si desume anche da uno studio del De Meo, il quale, pur non affrontando l'argomento *ex professo*, notava che « Un fenomeno che in generale e inversamente connesso con l'altezza della ricchezza media, è la diffusione della ricchezza. Per un certo carattere, si ha il massimo di diffusione fra i componenti di una collettività, quando esso è da tutti quanti posseduto, e ciò senza riguardo alcuno alla misura del possesso. Grande diffusione della ricchezza, quindi, e forte concentrazione, non sono termini incompatibili. Tuttavia si riscontra che molto di frequente, coesistono forte concentrazione e scarsa diffusione della ricchezza » (8).

Se per diffusione s'intende il possesso di un determinato carattere all'interno di una collettività, dal punto di vista dinamico per diffusione si potrà intendere il processo che fa partecipe di un determinato carattere un numero sempre maggiore di elementi, mentre si dirà che la diffusione diminuisce se il numero degli appartenenti alla collettività in possesso del carattere diminuisce.

È evidente che il concetto di diffusione potrà essere esteso a collettività diverse quando ci si ponga dal punto di vista delle variazioni numeriche alle quali può essere soggetto un gruppo attraverso il tempo. Nel confrontare i diversi gradi di diffusione nel tempo si potrà fare riferimento alla *diffusione assoluta* e cioè al diverso numero dei casi in valore assoluto che si presentano con una qualsiasi intensità del carattere, oppure si potrà fare riferimento alla *diffusione relativa* e ciò confrontando di volta in volta il numero dei casi con intensità del carattere raffrontato alla collettività dalla quale i casi provengono.

---

(7) A. DE STEFANI: *Dinamica patrimoniale*, p. 11, Padova, 1921.

(8) G. DE MEO: « Distribuzione della ricchezza e composizione demografica in alcune città dell'Italia Meridionale alla metà del secolo XVIII », *Annali di statistica*, Serie VI, Vol. XIX, p. 34, Roma, 1931.



A sua volta la diffusione relativa potrà distinguersi in *diffusione relativa complessiva* e *diffusione relativa parziale* e ciò a seconda che i casi provvisti di carattere si raffrontino al gruppo dal quale essi derivano considerato nel suo complesso o ad una parte del gruppo al quale particolarmente i casi provvisti di carattere si possono riferire.

Come si vedrà in seguito le distinzioni fatte hanno una importanza notevole per quanto riguarda i rapporti da instaurare fra la disuguaglianza e la diffusione agli effetti della definizione della concentrazione dinamica.

Considerando infatti diverse collettività, la diffusione potrà essere riferita alla popolazione presa nel suo complesso o a una parte della popolazione a seconda dei casi. A tale riguardo, nel lavoro già citato, il Bresciani-Turroni osservava che « ogni classe di censiti subisce un aumento che è affatto indipendente da un rialzo generale dei redditi, e che si collega con l'aumento della popolazione, come a sua condizione generale... Adunque dovremo, quando confrontiamo due seriazioni riferentisi a momenti diversi, confrontare la distribuzione di un numero di censiti, non uguale assolutamente, come nel caso in cui la popolazione fosse costante, ma aumentata, nel secondo momento; *della stessa proporzione in cui nel frattempo s'è accresciuta la popolazione* ».

La diffusione, come è stata sin qui intesa, riguarda collettività di termini per le quali l'aumento o la diminuzione del numero dei termini fra due momenti risulta dalla differenza fra il numero esistente nel primo momento ed il numero nel secondo momento. Ma la diffusione può essere vista anche sotto un profilo diverso. Se infatti il numero dei termini di una collettività varia nel tempo, tale variazione può essere determinata da processi di estinzione e di aggregazione per modo che il numero dei termini può diminuire o aumentare perché alcuni termini scompaiono, altri si aggiungono e l'aumento, la diminuzione o la stessa invarianza del numero complessivo dei termini nel momento finale potrà essere data dal numero dei termini nel momento iniziale più il numero dei termini che si sono aggregati meno il numero dei termini che si sono estinti. Se però si tiene conto dei processi di estinzione e di aggregazione dei termini di una collettività, quest'ultima, vista dal punto di vista storico dei due momenti considerati, non si compone in un primo momento di un certo numero di termini e nel secondo momento dei termini sopravvissuti più i termini aggregati, ma nel secondo momento potrà essere tenuto conto anche dei termini scomparsi, perché anche essi sono parte della collettività vista nel suo insieme nei due momenti. Vedremo in seguito come questo particolare aspetto della diffusione trovi in alcuni casi una necessaria applicazione.

Noi, per ora, faremo astrazione da questo caso, perché l'ipotesi di lavoro dalla quale partiremo nella nostra esposizione è che nelle indagini statistiche non sia normalmente possibile seguire individualmente per i singoli termini i processi di estinzione e di rinnovo e che quindi i processi di diffusione non possano essere messi in luce che attraverso le pure e semplici differenze fra i numeri dei termini delle collettività a prescindere se i termini presenti nei due momenti sono gli stessi o sono diversi.

Precisato così il concetto di diffusione, per tener conto di essa nel passaggio da una distribuzione all'altra si dovranno considerare non soltanto i termini esistenti nel primo e nel secondo momento ( $n_0$  ed  $n_1$ ), ma anche il numero ( $n_0 - n_1$  oppure  $n_1 - n_0$ ) dei termini che nel passaggio dall'una all'altra distribuzione hanno perduto o hanno acquistato una aliquota di carattere. Se infatti nel processo di trasformazione al quale è sottoposta la distribuzione il numero dei termini si riduce oppure aumenta è evidente che l'aliquota complessiva di carattere (in valore relativo s'intende) posseduta da alcuni termini della prima distribuzione passa completamente ai termini superstiti della seconda distribuzione e praticamente i termini che cedono la loro aliquota rimangono completamente privi del carattere; viceversa, se il numero dei termini aumenta, nel passaggio dalla prima alla seconda distribuzione un certo numero di termini che nella prima distribuzione era sprovvisto del carattere nella seconda distribuzione ne ha acquistato una certa aliquota. La disuguaglianza fra gli  $n_0$  termini della distribuzione nel momento  $t_0$  varierà se, aumentando il numero dei termini fra il primo ed il secondo momento si avrà  $n_0 < n_1$ , oltre che tener conto degli  $n_0$  termini si terrà conto anche di  $n_1 - n_0$  termini con intensità di carattere uguale a zero. In altri termini per la distribuzione nel primo momento la disuguaglianza sarà calcolata tenendo conto non di  $n_0$  termini ma di  $n_1$  termini di cui  $n_1 - n_0 = v$  con intensità nulla. Se fra il primo ed il secondo momento il numero dei termini invece che aumentare diminuisce per la distribuzione del momento  $t_1$  la disuguaglianza dovrà essere calcolata tenendo conto di  $n_0$  termini di cui  $n_0 - n_1 = v$  con intensità nulla.

La misura della disuguaglianza così calcolata per una delle due distribuzioni potrà essere confrontata con la disuguaglianza calcolata per l'altra distribuzione, perché in tal modo nel confronto che si viene ad instaurare si tiene conto non soltanto della disuguaglianza (interna) delle due distribuzioni, ma anche della variazione del numero dei termini verificatasi fra i due momenti.

Trovato così il criterio in base al quale possiamo formare il nostro giudizio sulla concentrazione dinamica possiamo dire che *date due distribuzioni di un certo carattere, per  $n_0$  e  $n_1$  termini, in due momenti diversi, s'intenderà per concentrazione dinamica quel processo di trasformazione che porterà ad un aumento della disuguaglianza relativa riferita ad un identico numero di termini nei due momenti in modo che, per la distribuzione meno numerosa, la disuguaglianza relativa tenga conto dei termini che o non avevano ancora acquisito il carattere o lo hanno perduto nell'intervallo di tempo.*

Ed in via generale, *potremo definire la concentrazione dinamica come quel processo che modifica una distribuzione di un determinato carattere portando ad un aumento della disuguaglianza relativa e ad una diminuzione della diffusione, con l'avvertenza che perché la concentrazione dinamica aumenti non è necessario che la disuguaglianza relativa aumenti e la diffusione diminuisca essendo sufficiente che le variazioni in un senso della prima non compensino le variazioni della seconda nell'altro senso o viceversa. Per deconcentrazione in senso dinamico intenderemo invece quel processo che porta ad una diminuzione della disuguaglianza relativa e ad un aumento della diffusione purché le loro variazioni non si compensino.*

Detto questo riserveremo il termine *concentrazione dinamica* ai processi di trasformazione della distribuzione così definiti, mentre continueremo ad usare il termine *concentrazione*, per non venire meno ad una terminologia ormai troppo in uso, per la disuguaglianza di una distribuzione, con la sola riserva che mai parleremo di concentrazione per caratteri non trasferibili (ad esempio stature, numero dei figli per matrimonio, ecc.) per i quali secondo il nostro modo di vedere si deve parlare sempre e soltanto di disuguaglianza o variabilità che dir si voglia.

Dalla definizione data della concentrazione dinamica risulta evidente che se fra i due momenti il numero dei termini rimane costante, la definizione rimane valida ed il processo di concentrazione resterà definito dal confronto della disuguaglianza pura e semplice nei due momenti. Se invece, variando il numero dei termini fra il primo momento ed il secondo momento si avrà una diminuzione della disuguaglianza riferita per la distribuzione meno numerosa al numero dei termini della distribuzione più numerosa, invece di un processo di concentrazione si avrà un processo di deconcentrazione o, in altre parole, di parziale o totale livellamento.

Nel confrontare le disuguaglianze relative, tenendo conto dei particolari criteri che mettono in luce i processi di concentrazione dinamica, si

potranno usare tutti gli indici o le misure che sono suggeriti dalla metodologia statistica, avendo s'intende particolare riguardo al loro significato.

Non è qui il caso di intrattenersi su questioni di metodologia statistica e ci limiteremo soltanto all'esame di due misure della disuguaglianza e cioè del noto rapporto di concentrazione ( $R$ ) del Gini e dello scostamento quadratico medio riferito al suo massimo.

Per quanto riguarda il rapporto di concentrazione del Gini va detto che a questo Autore non era sfuggita l'importanza di tener conto nel calcolo di  $R$  anche dei termini non provvisti di carattere ma, fermo alla sua definizione della concentrazione, in senso statico, non aveva tratto la conseguenza che soltanto dalla confluenza dei due concetti di disuguaglianza e di diffusione poteva essere precisato il concetto di concentrazione dinamica, cioè nell'unico senso in cui la concentrazione non coincide con il concetto di disuguaglianza. Tanto è vero che in tutta la letteratura statistica, a quanto ci consti, il solo autore, che nei confronto fra distribuzioni di redditi per gruppi di redditi di tre città diverse, abbia, nel calcolo di  $R$ , tenuto conto anche della diffusione è stato il De Meo (9).

Nell'esame del rapporto di concentrazione il Gini (10) ha trovato che fra la disuguaglianza calcolata in base al numero dei termini provvisti di carattere e la disuguaglianza del numero complessivo dei termini, compresi quelli non provvisti di carattere, esiste una relazione che è funzione della disuguaglianza, del numero dei termini provvisti di carattere e dei termini sprovvisti di carattere.

Essendo infatti,  $R_p$  uguale al rapporto di concentrazione calcolato su  $n$  termini provvisti di carattere ed essendo  $R_t$  uguale al rapporto di concentrazione calcolato su  $n + v$  termini provvisti e non provvisti di carattere, il Gini ha trovato la relazione

$$R_t = mR_p + (1 - m) \text{ per } m = \frac{n - 1}{n + v - 1} \quad (1)$$

Fra i due rapporti di concentrazione,  $R_t$  è sempre maggiore di  $R_p$  e la differenza cresce col diminuire di  $m$  e di  $R_p$ .

Considerando la concentrazione dinamica in due momenti diversi ed essendo in uno dei due momenti il numero dei termini  $n_s$  e nell'altro momento  $n_k$ , posto  $n_s > n_k$  e  $n_s - n_k = v$ , la (1) potrà scriversi nella forma

$$R_t = \frac{n_k - 1}{n_s - 1} R_p + \frac{n_s - n_k}{n_s - 1} \quad (2)$$

(9) G. DE MEO: *op. cit.*, p. 52.

(10) C. GINI: « Sulla misura della concentrazione e della variabilità dei caratteri », *Atti dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, 1913-1914, Tomo LXXIII.

Esaminiamo, prima di procedere oltre, a quali conclusioni si giunge applicando nei tre esempi fatti precedentemente i criteri ora esposti. Per la distribuzione delle 20 società nel momento  $t_0$ , in cui una possiede il 50 per cento del capitale ed il rimanente si ripartisce ugualmente fra le altre 19 società, il rapporto di concentrazione dà  $R_0 = 0,237$ , nel momento  $t_1$  le società sono soltanto due con uguale capitale e quindi  $R_1 = 0$ . Applicando a questo secondo rapporto di concentrazione i criteri anzidetti, tenendo cioè conto della distribuzione come se fosse formata da due società con 50 di capitale ciascuna e da 18 società senza alcun capitale, il valore  $R_1$  si trasforma, in base alla relazione (2), nel modo seguente:

$$R'_1 = \frac{1}{19} R_1 + \frac{20-2}{20-1}$$

e poichè  $R_1 = 0$  si avrà  $R'_1 = \frac{18}{19} = 0,947$  e quindi la concentrazione dinamica fra i due momenti presenterà un aumento da 0,237 a 0,947 e se nel secondo momento le società invece di essere due con identico capitale si fossero ridotte ad una sola la concentrazione dinamica sarebbe passata da 0,237 ad 1 e cioè al massimo.

Nell'esempio contenuto nelle tabelle 1 e 2 la disuguaglianza fra i due momenti rimane identica e risulta espressa da  $R_0 = R_1 = 0,307$ . Fra i due momenti però il numero dei termini si è ridotto da 36 a 18 e quindi tenendo conto della diminuzione del numero dei termini  $R'_1 = 0,663$  e cioè la concentrazione dinamica aumenta, pur essendo rimasta invariata la disuguaglianza.

Nell'esempio contenuto nelle tabelle 1 e 3 la disuguaglianza espressa da  $R$  diminuisce fra i due momenti da 0,307 a 0,131 e diminuisce il numero dei termini da 36 a 18, calcolando

$$R'_1 = \frac{18-1}{36-1} R_1 + \frac{36-18}{36-1} = 0,578$$

la concentrazione dinamica fra i due momenti aumenta da 0,307 a 0,578.

Se invece del rapporto di concentrazione del Gini si ritiene di usare un indice di disuguaglianza diverso, il risultato non resta modificato che per quel tanto che distingue gli indici di disuguaglianza l'uno rispetto all'altro.

Infatti, ponendo lo scostamento quadratico medio sotto la nota forma

$$\sigma = \sqrt{M_q^2 - M_a^2} \quad (3)$$

dove  $M_q$  è la media quadratica e  $M_a$  è la media aritmetica, tenendo conto degli  $n_k$  termini della distribuzione più numerosa degli  $n_k$  ter-

mini della distribuzione meno numerosa e quindi di  $n_s - n_k$  termini con intensità zero nella distribuzione riferita agli  $n_k$  termini, si avrà

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_k}{n_s} M_q^2 - \left(\frac{n_k}{n_s} M_a\right)^2} \quad (4)$$

Essendo noto che il massimo che lo scostamento quadratico può assumere è  $M_a \sqrt{n-1}$ , lo scostamento quadratico medio ragguagliato al massimo, nel caso che  $n_s - n_k$  termini siano considerati con zero intensità nella distribuzione che si presenta con  $n_k$  termini, sarà dato dalla relazione:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\frac{n_k}{n_s} M_q^2 - \left(\frac{n_k}{n_s} M_a\right)^2}}{\frac{n_k}{n_s} M_a \sqrt{n_s - 1}} \quad (5)$$

Se per gli esempi già fatti, invece di calcolare il rapporto di concentrazione del Gini si volesse usare lo scostamento quadratico medio ragguagliato al suo massimo si avrebbe per il caso delle 20 società un valore di  $\sigma_0 = 0,473$  nel primo momento ed un valore  $\sigma_1 = 0,689$ , tenendo conto per il secondo momento anche delle 18 società con intensità di capitale zero. Sicché la concentrazione dinamica risulterebbe aumentata.

Per le tabelle 1 e 2 lo scostamento quadratico ragguagliato al massimo sarebbe nel primo momento uguale a 0,0901 e nel secondo momento, tenendo conto dei 18 termini che hanno perduto completamente la loro aliquota di carattere, si avrebbe 0,212, con un aumento della concentrazione dinamica.

Confrontando le distribuzioni della tabella 1 e 3 si avrebbe per la prima, come già detto, un indice pari a 0,0901 e per la seconda, tenendo conto dei 18 termini con intensità di carattere zero, l'indice risulterebbe 0,177.

Benché i livelli degli indici relativi calcolati in base allo scostamento quadratico medio siano notevolmente diversi dai livelli che risultano dal rapporto di concentrazione tuttavia la concentrazione dinamica è messa in luce, anche se, per le note diversità dei due indici, essa risulta più accentuata dal confronto fatto in base a  $R$  che non in base allo scostamento quadratico medio relativo ragguagliato al suo massimo. Non è qui il caso di soffermarsi evidentemente sulle diversità dei due indici e sui motivi che inducono a preferire il rapporto di concentrazione del Gini, dato che ciò esulerebbe dai compiti che ci siamo

proposti e dato che l'argomento è stato ampiamente trattato dal Gini stesso e da altri autori (11).

Calcolato il valore di  $R$  per la distribuzione che si presenta con un minor numero di termini, tenendo conto di  $n_s - n_k$  termini con intensità zero, si potrà calcolare un indice di concentrazione dinamica che abbia valore  $+1$  se la concentrazione dinamica raggiunge il suo massimo, il valore  $0$  se la concentrazione dinamica rimane costante ed il valore  $-1$  se la concentrazione scompare. Indicando con  $\bar{R}$  il valore di  $R$  calcolato tenendo conto dei termini con intensità zero, è evidentemente che se  $n_0 > n_1$  si dovrà calcolare  $\bar{R}_1$ , se invece  $n_0 < n_1$  si dovrà calcolare  $\bar{R}_0$  e le differenze quindi, che potranno costituire il numeratore dell'indice di concentrazione dinamica  $C_d$  potranno essere  $\bar{R}_1 - R_0$  oppure  $R_1 - \bar{R}_0$ . Il denominatore dell'indice sarà espresso da  $1 - R_0$  o da  $1 - \bar{R}_0$  quando  $\bar{R}_1 - R_0$  o  $R_1 - \bar{R}_0$  è positivo o da  $R_0$  o  $\bar{R}_0$  quando la differenza che sta al numeratore sia negativa.

La ragione per la quale il denominatore è diverso a seconda che la differenza che sta al numeratore è positiva dipende dalla necessità di raffrontare il numeratore al massimo di oscillazione che gli è consentita.

L'indice potrà quindi assumere una delle seguenti espressioni:

$$C_d = \frac{\bar{R}_1 - R_0}{1 - R_0} \text{ oppure } = \frac{\bar{R}_1 - R_0}{R_0} \quad (6)$$

nel caso  $n_1 < n_0$ , e

$$C_d = \frac{R_1 - \bar{R}_0}{1 - \bar{R}_0} \text{ oppure } = \frac{R_1 - \bar{R}_0}{\bar{R}_0} \quad (6bis)$$

nel caso  $n_1 > n_0$ .

Nel caso in cui  $n_1 = n_0$  il confronto si farà, come già detto, fra i rapporti di concentrazione puri e semplici, dipendendo in questo caso la concentrazione dinamica dalle variazioni della sola disuguaglianza.

---

(11) Oltre ai citati studi del Gini si veda anche G. MORTARA: « Misure ed indici di disuguaglianze statistiche », in: *Seminario matematico e fisico di Milano*, Vol. VIII, 1934.

---

---

#### CAPITOLO IV.

### SUL DIVERSO GRADO DI CONCENTRAZIONE FRA DISTRIBUZIONI DI CARATTERI DIVERSI O FRA DISTRIBUZIONI COMUNQUE NON CONNESSE

Esaminato il concetto di concentrazione in senso dinamico e precisato il concetto di concentrazione dinamica, una questione di notevole interesse che si presenta è quella del confronto dal punto di vista della concentrazione di distribuzioni diverse sia relative allo stesso carattere sia anche relative a caratteri diversi.

Un caso particolare di tali confronti sarà esaminato in seguito per le distribuzioni connesse dello stesso carattere che si differenziano soltanto per una diversa definizione dei singoli termini e costituiscono collettività di natura diversa. Qui ci occuperemo invece soltanto del confronto fra distribuzioni diverse ed affronteremo i seguenti problemi: date due distribuzioni, ad esempio la distribuzione delle aziende che producono zucchero e la distribuzione delle aziende che producono cemento, quale differenza esiste dal punto di vista della concentrazione fra le due distribuzioni, ed ancora date due distribuzioni per lo stesso carattere per due diversi paesi, la distribuzione delle aziende che producono cemento in Italia e negli Stati Uniti, quale di esse si presenta con un grado maggiore di concentrazione.

Si dice, infatti, comunemente, che per una industria rispetto ad un'altra la concentrazione è più o meno forte e non v'è dubbio che esprimendo tale giudizio si tiene conto sia della diversa disuguaglianza esistente fra le due distribuzioni che del diverso numero di imprese esistenti nelle due industrie. Parimenti vien fatto di esprimere un giudizio sulla maggiore o minore concentrazione di una determinata industria in due paesi diversi ed anche in questo caso il giudizio è portato



sulla diversa disuguaglianza esistente nelle dimensioni delle aziende per i due paesi e sulla diversa diffusione del fenomeno.

Nonostante che tali giudizi siano molto frequenti, se si vuol scendere ad applicare i concetti che noi abbiamo usato nell'analisi delle variazioni che può subire una distribuzione nel corso del tempo, ci troviamo di fronte ad alcuni ostacoli di ordine logico sui quali è necessario soffermarsi.

Infatti per la stessa distribuzione, considerata in due momenti diversi, possiamo agevolmente ammettere che un certo numero di termini possa perdere completamente l'aliquota di carattere posseduta e che, viceversa, un certo numero di termini possa acquistare una aliquota di carattere di cui non era in possesso. Quando però confrontiamo due distribuzioni diverse relative a caratteri diversi oppure per lo stesso carattere, ma per paesi diversi, l'ipotesi di un acquisto o di una perdita di carattere da parte di alcuni termini non regge.

Se, ad esempio, in una industria ci sono 10 imprese ed in un'altra ce ne sono 100, l'ammettere che la prima comprenda 90 imprese senza produzione non ha senso e soltanto come puro espediente o artificio sarebbe possibile una ipotesi del genere. Non v'è dubbio che molto spesso nei confronti che vengono fatti fra collettività diverse la metodologia statistica suggerisce alcuni artifici che rendono possibili i confronti stessi. Il metodo della così detta « popolazione tipo » è un artificio classico che può servire da esempio in materia ma non v'è dubbio che tale metodo può portare anche a conclusioni aberranti se non si tiene ben presente il suo fondamento logico.

Evidentemente quando si confrontano distribuzioni diverse il punto delicato del confronto non sta nell'analisi delle diverse disuguaglianze relative delle due o più distribuzioni che si prendono in considerazione. L'aspetto delicato è quello della diversità che il fenomeno assume sotto il profilo della diffusione.

Tenendo presenti i possibili casi di variazione tra due distribuzioni della disuguaglianza e della diffusione, abbiamo già constatato, trattando della concentrazione in senso dinamico, che vi è una incertezza sul giudizio da esprimere soltanto quando una distribuzione si presenta rispetto all'altra con un numero di termini maggiori ed una maggiore disuguaglianza oppure quando il numero dei termini è minore ed è anche meno elevata la disuguaglianza.

Se però teniamo presente che tutte le analisi sulla concentrazione hanno come premessa la conoscenza delle distribuzioni complete del carattere nei termini, non sembra che anche in tali casi vi siano difficoltà insormontabili per esprimere un giudizio e tenendo presenti le



diversità strutturali dei settori produttivi, ad esempio, che si confrontano nelle indagini sulla concentrazione industriale si potrà anche ricorrere a quel tale artificio di considerare la diffusione dei due gruppi di termini per i quali si confrontano le distribuzioni *in senso assoluto*.

Sui confronti fra distribuzioni di caratteri diversi o addirittura fra distribuzioni dello stesso carattere per economie diverse va però osservato che essi rappresentano un aspetto del tutto marginale della ricerca. Specialmente ai fini dello studio economico della concentrazione l'interesse di accertare se un settore presenta una concentrazione maggiore o minore di un altro è molto dubbio anche se la nostra curiosità può essere spinta a tanto. Dal punto di vista della ricerca scientifica semmai molto più interessante si presenta lo studio dal punto di vista dinamico della concentrazione nei diversi settori produttivi. Conoscere infatti se in un certo lasso di tempo nelle varie industrie, ad esempio, si sono verificati processi di concentrazione in misura diversa è estremamente interessante dal punto di vista delle modificazioni alle quali è soggetta la struttura economica di un paese. Il fatto che per determinati settori si verifichi un aumento della concentrazione dal punto di vista dinamico e per altri settori invece essa non presenti variazioni o addirittura abbiano luogo dei processi di deconcentrazione, può significare una radicale trasformazione non soltanto delle condizioni generali dell'economia, ma anche una differenziazione nello sviluppo e nella ripartizione del reddito.

Per il confronto della concentrazione dinamica, nei diversi settori produttivi o in generale nei diversi caratteri che possono contrassegnare le collettività di termini, le analisi possono essere condotte in base alla definizione che abbiamo dato e dal punto di vista metodologico i criteri sono gli stessi di quelli seguiti per lo studio della trasformazione di ciascuna distribuzione. Valutata, in altri termini, la concentrazione dinamica per ciascuna distribuzione attraverso il tempo, si tratterà poi di confrontare fra di loro le variazioni intervenute per le diverse distribuzioni.

---

---

## CAPITOLO V.

### ASPETTI PARTICOLARI DELLA CONCENTRAZIONE IN SENSO DINAMICO

Abbiamo già osservato nelle pagine precedenti che l'inserzione o la scomparsa di un certo numero di termini di un gruppo aperto, fra due momenti, possono modificare la disuguaglianza delle distribuzioni a prescindere dalle variazioni subite dai termini che formavano il gruppo iniziale. Esamineremo ora più da vicino tale questione, cercando di mettere in luce da un lato alcuni aspetti particolari della concentrazione dinamica e dall'altro lato i criteri in base ai quali possono essere messi in evidenza i processi attraverso i quali si modificano le distribuzioni.

Nel definire il concetto di concentrazione in senso dinamico avevamo tenuto presente che:

- a) l'aspetto fondamentale da mettere in evidenza fosse quello delle diversità esistenti fra due distribuzioni effettive dello stesso carattere;
- b) i termini del gruppo aperto fossero noti nei due momenti soltanto secondo l'intensità del carattere posseduta da ciascuno di essi, ma non fosse possibile individuare per ciascun termine le variazioni verificatesi nel corso del periodo.

Abbiamo cioè supposto che fosse possibile conoscere i termini delle distribuzioni nel primo e nel secondo momento secondo l'ordine di graduatoria del carattere, ma non fosse invece possibile conoscere per ciascun termine la posizione da esso occupata nelle due graduatorie. Tale ipotesi implicava evidentemente che il confronto fra due distribuzioni avrebbe potuto venir istaurato fra termini tutti diversi, nel caso estremo che tutti i termini che facevano parte del gruppo originario si fossero estinti, e che nella distribuzione esistente nel secondo momento

fossero compresi tutti termini che non comparivano nella distribuzione del primo momento.

Rivolveremo ora la nostra attenzione alle distinte collettività di termini: *a*) che permangono nel gruppo nel corso di un periodo; *b*) che scompaiono nel corso dello stesso periodo; *c*) che compaiono nello stesso periodo.

La differenza sostanziale fra il tipo di ricerca sulla concentrazione dinamica come è stata definita nel precedente Capitolo III e quello che ci accingiamo di esaminare ora può esprimersi con una diversità di notazioni da usarsi nei due casi. Infatti, per le indagini compiute in base alla definizione già data, i termini della distribuzione nel primo momento potranno indicarsi con il simbolo  $a_i$  e quelli della distribuzione del secondo momento con  $b_i$ , significando i due simboli che i termini non sono singolarmente individuati nei due momenti.

Nel tipo di ricerca alla quale daremo seguito nel presente capitolo invece i termini esistenti nel primo momento saranno indicati con  $a_{i,0}$  e quelli esistenti nel secondo momento con  $a_{i,1}$ .

Pertanto le differenze  $(b_i - a_i)$  indicheranno le differenze fra i termini che nelle due distribuzioni occupano lo stesso posto in graduatoria, mentre le differenze  $(a_{i,1} - a_{i,0})$  indicheranno le differenze fra gli stessi termini delle due graduatorie. Evidentemente tali differenze, come si vedrà in seguito, saranno uguali fra di loro nel solo caso che i singoli termini occupino gli stessi posti nelle due graduatorie.

Per quanto riguarda la diffusione del fenomeno, mentre, definendo la concentrazione dinamica, abbiamo considerato, come numero dei termini delle due distribuzioni quello della distribuzione più numerosa, attribuendo alla distribuzione meno numerosa un numero di termini con intensità nulla pari alla differenza fra la cifra maggiore e quella minore, considereremo ora la diffusione nei due momenti uguale a  $(n_0 + e)$  e  $(n_1 + u)$ , ove  $n_0$  indica il numero dei termini esistenti nel primo momento,  $n_1$  il numero dei termini esistenti nel secondo momento,  $e$  i termini che si sono aggregati al gruppo nel corso del periodo,  $u$  i termini che avendo ridotto a zero la loro intensità del carattere sono da considerarsi usciti dal gruppo.

Indicando con le corrispondenti lettere maiuscole le collettività costituite da  $n_0$ ,  $n_1$ ,  $e$  ed  $u$  termini, si potrà passare dalla prima alla seconda collettività attraverso successive disaggregazioni ed aggregazioni.

Schematicamente potremo infatti avere:

- I)  $N_0 =$  collettività esistente all'inizio del periodo;

- II)  $U$  = collettività dei termini estinti nel periodo con l'intensità posseduta all'inizio del periodo;
- III)  $[N_0 - U]$  = collettività dei termini sopravvissuti nel periodo con intensità del carattere all'inizio del periodo;
- IV)  $[N_1 - E]$  = collettività dei termini sopravvissuti nel periodo con intensità del carattere a fine del periodo;
- V)  $E_1$  = collettività dei termini aggregatisi al gruppo nel corso del periodo, con intensità del carattere a fine periodo;
- VI)  $N_1$  = collettività dei termini esistenti alla fine del periodo con intensità del carattere a fine periodo.

Le notizie fornite sulla variabilità e sulla diffusione per queste collettività di termini hanno un indubbio interesse perché mettono in evidenza la graduale trasformazione alla quale è soggetto un gruppo di termini nel corso di un periodo.

Al fine di studiare, in successivi intervalli di tempo, le società quotate in borsa nel Regno Unito, lo Hart ed il Prais (1) hanno sintetizzato i dati per le diverse collettività in una tabella a doppia entrata dalla quale risultano, fra i due momenti considerati, le variazioni delle dimensioni di ciascuna impresa, le dimensioni delle imprese estinte nel periodo, le dimensioni delle imprese sorte nel periodo.

L'indagine condotta dai due studiosi inglesi, fondata sui valori capitali delle società quotate in borsa, valutati in base al valore delle azioni all'inizio ed alla fine di ciascun periodo, ci interessa qui soltanto dal punto di vista della sua impostazione ed a tal fine riproduciamo qui di seguito lo schema della tabella.

Indicando, infatti, con A, B, C, ... Z le classi di intensità del carattere si ha la seguente tabella 4.

Evidentemente, disponendo dei dati contenuti nella tabella 4, l'indagine sulle collettività di termini quali sono state schematizzate dianzi, risulta agevole. I due Autori citati si proponevano di studiare i passaggi da un gruppo all'altro attraverso le intensità medie aritmetiche dei singoli gruppi, misurando la variabilità attraverso la determinazione della varianza logaritmica. Tale analisi secondo i due autori risultava facilitata dalla semplice relazione che lega la varianza di due collettività di termini che vengono fuse in una collettività unica.

---

(1) P. E. HART and S. PRAIS: « The Analysis of Business Concentration: A Statistical Approach. », *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 119, Part 2, 1956.

TABELLA N. 4

TERMINI PER CLASSI DI CARATTERE NELL'ANNO $x + 1$	TERMINI PER CLASSI DI CARATTERE NELL'ANNO $x$							Sopravvissuti nell'anno $x+1$	Sorti nel periodo	Totale nell'anno $x+1$
	A	B	C	..	..	..	Z			
A										
B										
C										
...										
...										
...										
Z										
Sopravvissuti nell'an- no $x + 1$										
Estinti nel periodo										
Totale nell'anno $x$										

Indubbiamente, come già aveva dimostrato molti anni prima il de Vergottini, fra le misure della variabilità di un gruppo di termini e le misure della variabilità di due sottogruppi nei quali esso si può dissociare, esistono delle relazioni più o meno semplici a seconda del tipo di misura che si intende usare e fra tutte le relazioni quelle che legano la varianza (o la radice quadrata di essa, cioè lo scostamento quadratico medio) sono le più semplici (2).

Pertanto alla relazione che lega due collettività di termini alla collettività risultante dal loro insieme, si può aggiungere la relazione che lega una collettività alla differenza fra due collettività.

(2) M. DE VERGOTTINI: *Relazioni fra gli indici di variabilità dei fenomeni collettivi composti e quelli dei fenomeni collettivi elementari*, Roma, 1936.

In via generale, indicando le collettività con A, B e C, il numero dei termini di ciascuna di esse con  $n_a, n_b$  e  $n_c$ , i termini con  $a_i, b_i$  e  $c_i$  e le medie aritmetiche dei termini con  $m_a, m_b$  ed  $m_c$ , si avranno le seguenti relazioni per i due casi:

$$\text{I) } C = A + B$$

$$\sigma_c^2 = \frac{\sigma_a^2 n_a + \sigma_b^2 n_b}{n_a + n_b} + \frac{n_a n_b (m_a - m_b)^2}{(n_a + n_b)^2}$$

e ponendo

$$\frac{n_a}{n_a + n_b} = W_a \quad \frac{n_b}{n_a + n_b} = W_b$$

si avrà

$$\sigma_c^2 = W_a \sigma_a^2 + W_b \sigma_b^2 + W_a W_b (m_a - m_b)^2$$

$$\text{II) } C = A - B$$

$$\sigma_c^2 = \frac{n_a^2 \sigma_a^2 + n_b^2 \sigma_b^2 - n_b \Sigma a_i^2 - n_a \Sigma b_i^2 + 2 \Sigma a_i \Sigma b_i}{(n_a - n_b)^2}$$

e ponendo

$$\frac{n_a^2}{(n_a - n_b)^2} = K_a \quad \frac{n_b^2}{(n_a - n_b)^2} = K_b$$

si avrà

$$\sigma_c^2 = K_a \sigma_a^2 + K_b \sigma_b^2 - \frac{n_b \Sigma a_i^2 + n_a \Sigma b_i^2 - 2 \Sigma a_i \Sigma b_i}{(n_a - n_b)^2}$$

Queste relazioni per la varianza mettono bene in evidenza il concatenamento esistente per la disuguaglianza dei diversi gruppi di termini considerati come collettività a sé stanti.

Vedremo in seguito l'interesse che in determinati casi ha un'analisi condotta in base ai gruppi distinti di termini e come non si possa prescindere da indagini condotte sulla falsariga ora esposta quando si voglia indagare su alcuni processi di trasformazione di un gruppo aperto soggetto sia ad aggregazioni che ad eliminazioni.

Posta fuori discussione l'utilità, agli effetti delle indagini sulla concentrazione, della metodologia ora esposta, va però aggiunto che tali metodi non consentono un giudizio sintetico sulla concentrazione dinamica, anche se forniscono tutti gli elementi indispensabili per approfondire le ricerche in quest'ultimo senso.

L'esame della concentrazione dinamica per un gruppo aperto si può fare, invece, considerando le distribuzioni esistenti nei due momenti integrati rispettivamente con il numero dei termini entrati a far parte

del gruppo, con intensità nulla, e quelli eliminati dal gruppo, pure con intensità nulla, e la distribuzione delle differenze fra l'intensità di ciascun termine nei due momenti. Infatti, considerando le differenze  $(a_{i,1} - a_{i,0})$  esse potranno essere uguali a  $(a_{i,1} - 0)$  se il termine  $a_{i,1}$  esisteva nel secondo momento, ma non esisteva nel primo momento, oppure  $(0 - a_{i,0})$  se il termine esisteva nel primo momento ma non esisteva nel secondo momento. In tutti gli altri casi le differenze  $(a_{i,1} - a_{i,0})$  potranno essere maggiori, minori od uguali a zero ed indicheranno la presenza dello stesso termine nei due momenti. Al fine di poter istaurare una relazione algebrica fra la disuguaglianza del gruppo di termini esistenti nel primo momento, la disuguaglianza del gruppo dei termini nel secondo momento e la disuguaglianza delle differenze fra gli stessi termini nei due momenti, la distribuzione del primo momento dovrà essere integrata da tanti termini, con intensità nulla, quante sono le differenze  $(a_{i,1} - 0)$  che sono  $e$  (numero dei termini entrati a far parte del gruppo nel corso del periodo); mentre il gruppo dei termini esistenti nel secondo momento dovrà essere integrato da tanti termini, con intensità nulla, quante sono le differenze  $(0 - a_{i,0})$  che sono  $u$  (numero dei termini usciti dal gruppo nel corso del periodo). Il che in sostanza si risolve nel tener conto della diffusione del fenomeno nei due momenti oltreché della disuguaglianza. Con l'integrazione così effettuata del gruppo di termini del momento iniziale e del momento finale, il numero dei termini esistenti nel primo momento, nel secondo momento ed il numero delle differenze risultano uguali fra di loro e cioè  $(n_0 + e) = (n_1 + u)$ , come già si è osservato iniziando l'esposizione del presente capitolo.

Queste semplicissime considerazioni mettono in evidenza il fondamento logico della metodologia rivolta ad analizzare la concentrazione in senso dinamico e da un lato dimostrano che il criterio proposto non è un semplice artificio e dall'altro lato consentono l'estensione delle relazioni fra le misure della variabilità dei fenomeni elementari e dei fenomeni composti per gruppi di termini di numero diverso dei singoli fenomeni elementari.

Rifacendoci allo studio dianzi citato del de Vergottini, che partiva dalla considerazione di un identico numero di termini dei fenomeni elementari, metteremo ora in evidenza per la varianza (o per la sua radice quadrata che è lo scostamento quadratico medio) l'estensione delle relazioni per i gruppi aperti che qui interessano. Per due collettività, A e B, con un numero uguale di termini, e la collettività C ottenuta dalle differenze  $(b_i - a_i)$  la relazione che lega le varianze



delle tre collettività di termini, usando i simboli dianzi definiti ed indicando con  $n$  il numero dei termini, si ha:

$$\sigma_c^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2 + 2m_a m_b - \frac{2\sum a_i b_i}{n}$$

Tale relazione è calcolata per la varianza delle differenze dei termini che occupano gli stessi posti di graduatoria dei due fenomeni elementari.

Circa il significato della relazione di cui sopra il de Vergottini osservava che « l'unica quantità che dipende dalla relazione tra i due fenomeni elementari è  $\frac{2\sum a_i b_i}{n}$ ; tale quantità è tanto maggiore, quanto maggiore è la cograduazione tra i due fenomeni; quindi  $\sigma_c$  sarà tanto maggiore, quanto maggiore sarà la contrograduazione tra i due fenomeni elementari ».

La relazione ha pieno valore anche se le collettività A e B comprendono un certo numero di termini con intensità di carattere nulla, ma volendo estendere la relazione invece che alle differenze  $(b_i - a_i)$  alle differenze  $(a_{i,1} - a_{i,0})$ , il valore  $\sigma_c$  differirà nei due casi per la sola differenza esistente fra

$$\frac{2\sum a_i b_i}{(n_1 + u)} \text{ e } \frac{2\sum a_{i,0} a_{i,1}}{(n_1 + u)}$$

Tale differenza sarà nulla nel caso che i singoli termini delle due collettività occupino gli stessi posti nelle rispettive graduatorie.

Evidentemente la disuguaglianza dei termini ottenuti come differenza fra gli stessi termini o fra termini che occupano lo stesso posto nelle due graduatorie ha un significato profondamente diverso e mentre la prima mette in evidenza il processo di trasformazione subito dal gruppo per effetto delle variazioni subite da ciascun termine nel corso del periodo, la seconda mette in rilievo le variazioni subite dal gruppo a prescindere dalla sorte toccata nel corso del periodo a ciascun termine. Potrà pertanto darsi che mentre le varianze e le medie per il gruppo nei due momenti sono uguali fra di loro e le differenze fra i termini che occupano lo stesso posto in graduatoria sono tutte uguali a zero, e quindi la varianza per le differenze è nulla, la varianza delle differenze per i singoli termini nei due momenti potrà essere massima se nel corso del periodo il termine maggiore del primo momento è divenuto il termini minore nel secondo momento, il termine minore del primo momento è divenuto il termine maggiore nel secondo momento e così via, con una completa inversione delle graduatorie di intensità del carattere per ciascun termine.

Vedremo in seguito, trattando di alcune questioni relative alla concentrazione economica, l'importanza della distinzione ora fatta.

La relazione che abbiamo dato più sopra per la varianza non si estende evidentemente ai valori relativi e si modifica se invece riferiamo la varianza o lo scostamento quadratico medio alla media o al valore massimo che possono assumere le misure della disuguaglianza ora considerate (3). Per le finalità che noi ci proponiamo, un esame dettagliato delle diverse misure della disuguaglianza non ci interessa, mentre invece ci preme mettere in luce come ogni qualvolta l'analisi è rivolta a mettere in evidenza non le variazioni in valore assoluto che presentano i singoli termini fra due momenti, ma le variazioni relative e cioè il diverso peso che nei due momenti ha ogni singolo termine sul totale del carattere di tutto il gruppo, la semplice relazione trovata per la varianza consente un giudizio sulla concentrazione dinamica nella particolare accezione riguardante la trasformazione di ciascun termine del gruppo nel corso del periodo.

Se infatti riferiamo l'intensità del carattere di ciascun termine all'intensità totale nei due momenti, le tre distribuzioni (quella esistente nel primo momento, quella esistente nel secondo momento e quella relativa alle differenze) oltre ad avere lo stesso numero di termini, avranno come media, rispettivamente, la prima e la seconda distribuzione

$$\frac{1}{(n_1 + u)}$$

[(posto che  $(n_1 + u) = (n_0 + e)$ ], mentre la media per le differenze sarà

$$\frac{1}{(n_1 + u)} - \frac{1}{(n_1 + u)} = 0.$$

Pertanto la varianza delle differenze sarà uguale, nel caso particolare, alla media dei quadrati delle differenze e si potrà scrivere indifferentemente

$$\sigma^2_{(a_{i,1} - a_{i,0})} = \frac{\Sigma(a_{i,1} - a_{i,0})^2}{(n_1 + u)} = \frac{\Sigma a_{i,1}^2 + \Sigma a_{i,0}^2 - 2\Sigma a_{i,0} a_{i,1}}{(n_1 + u)}$$

oppure

$$\sigma^2_{(a_{i,1} - a_{i,0})} = \sigma^2_{a_{i,0}} + \sigma^2_{a_{i,1}} + \frac{2}{(n_1 + u)^2} - \frac{2\Sigma a_{i,0} a_{i,1}}{(n_1 + u)}$$

Si intende che nelle espressioni ora formulate i termini  $a_{i,0}$  e  $a_{i,1}$  sono valori relativi e non assoluti.

(3) Per la varianza relativa la relazione è la seguente:

$$\bar{\sigma}_z^2 = \frac{m_a \sigma_a^2 + m_b \sigma_b^2}{(m_a - m_b)^2} + \frac{2(nm_a m_b - \Sigma a_i b_i)}{n(m_a - m_b)^2}$$

dove  $\bar{\sigma}^2$  indica le varianze riferite alla media aritmetica. Tale relazione perde significato se le medie dei due fenomeni elementari sono uguali fra di loro.

Dalla ultima relazione si ricava che fra il primo momento ed il secondo momento la concentrazione dinamica aumenterà, diminuirà o resterà invariata a seconda che

$$\left( \sigma^2_{(a_{i,1}-a_{i,0})} + \frac{2 \sum a_{i,0} a_{i,1}}{(n_1 + u)} - \frac{2}{(n_1 + u)^2} \right) \geq 2\sigma^2_{a_{i,0}}$$

Giova ripetere che nel caso ora esaminato la concentrazione dinamica ha un significato particolare, in quanto essa si riferisce alle variazioni di ciascun termine relativo e non ai termini che occupano gli stessi posti nelle graduatorie delle distribuzioni nei due momenti diversi.

Esaminati così questi aspetti sotto i quali può essere studiata la concentrazione secondo le variazioni che i singoli termini subiscono in un intervallo di tempo, passiamo ad un concetto ancora diverso della concentrazione dinamica, che però è legato ad una impostazione del tutto particolare del problema. Il de Vergottini, nel già citato studio *Sulla concentrazione economica* tende a definire la concentrazione dinamica considerando oltre alla disuguaglianza ed alla diffusione anche le variazioni dell'intensità media del fenomeno, perché egli ritiene che, « a parità di altre circostanze, un settore economico presenterà un grado di concentrazione tanto maggiore quanto maggiore è l'intensità globale, ossia quanto maggiore è la massa contenuta in un dato numero di unità (contenente) ». Pertanto per questo Autore « La *concentrazione dinamica* si riferisce pure alle variazioni del fenomeno in un dato periodo di tempo; si basa però anziché sulla loro distribuzione per ordine di grandezza su quella secondo l'ordine di grandezza decrescente dei termini nel momento iniziale. È chiaro che la concentrazione dinamica può differire notevolmente da quella della *dinamica del fenomeno*. I due rispettivi indici di concentrazione coincideranno soltanto se esiste perfetta cograduazione tra le variazioni relative, ordinate secondo i due criteri anzidetti. Se invece tale relazione non si verifica, l'indice di concentrazione dinamica sarà sempre inferiore a quello della dinamica della concentrazione ». Purtroppo la nota del de Vergottini è molto sommaria e quindi essa va interpretata al fine di rendersi conto del significato che questo Autore dà alla concentrazione dinamica. Tenendo presente ciò che abbiamo detto a proposito della *concentrazione della dinamica*, appare anzitutto chiaro che gli indici di disuguaglianza relativa che il de Vergottini usa nelle sue equazioni ( $R =$  indice di concentrazione del Gini) non devono essere calcolati sul numero effettivo dei termini quale risulta nel primo e nel secondo momento, ma devono invece calcolarsi tenendo conto della diffusione nella particolare accezione che si è vista nel caso della concentrazione studiata sulle differenze

degli stessi termini in due momenti e che il de Vergottini chiama concentrazione della dinamica.

In altri termini i rapporti di concentrazione dovranno essere calcolati tenendo conto del numero dei termini della distribuzione esistente a fine periodo più il numero dei termini che nell'intervallo si sono estinti. Se così non fosse infatti quella coincidenza fra l'indice della concentrazione dinamica, come è definito dal de Vergottini, e l'indice della concentrazione della dinamica, nel caso di perfetta cograduazione fra le variazioni relative ordinate secondo i criteri esposti dall'Autore, non si potrebbe verificare perché verrebbe a mancare la corrispondenza fra la curva di concentrazione delle differenze di intensità di ciascun termine nei due momenti e la differenza fra le due curve di concentrazione delle due distribuzioni nei due momenti debitamente ponderate, come si vedrà, per tener conto della diversa intensità del fenomeno nei due momenti.

Secondo il de Vergottini l'equazione che dà l'indice di concentrazione dinamica, tenendo conto però delle osservazioni fatte più sopra che completano, secondo noi, il pensiero dell'Autore, è la seguente:

$$R_1 p_1 + R_d p_d = R_2 p_2$$

dalla quale si ha

$$R_d = \frac{R_2 p_2 - R_1 p_1}{p_d}$$

I simboli contenuti nell'equazione hanno i seguenti significati:  $R_1$  ed  $R_2$  sono i rapporti di concentrazione del Gini calcolati in base alla diffusione della distribuzione più numerosa più le estinzioni avutesi fra i due momenti,  $p_1$  e  $p_2$  rappresentano le quantità globali redistribuende nel caso di massima concentrazione, che nel caso del rapporto di concentrazione del Gini sono uguali a  $n(n-1)2M$  ( $M$  = media aritmetica) e poiché per le due distribuzioni il numero dei termini è uguale potendo per ciascuna di esse risultare compreso un certo numero di termini con intensità zero,  $p_1$  e  $p_2$  si differenziano soltanto per l'intensità media del fenomeno nei due momenti.

Ma poiché  $n(n-1)2M$  è il denominatore di  $R$ , al numeratore del rapporto che dà  $R_d$  starà la differenza fra le somme in valore assoluto delle differenze fra ciascun termine e tutti gli altri e cioè  $\Delta n(n-1)$ . Sicché al denominatore del rapporto ciò che si considererà sarà l'ammontare assoluto totale delle differenze assolute di ciascun termine rispetto agli altri, compresi i termini con intensità nulla. Il valore  $p_d$  sarà invece uguale a  $p_2 - p_1$ .

Evidentemente se  $p_1 = p_2$ , il denominatore del rapporto si annulla ed a tal fine il de Vergottini propone una formula diversa dove

la differenza fra i due termini che sono al numeratore viene raffrontata al massimo che essa può assumere.

Benché il procedimento proposto dal de Vergottini possa essere interessante, nei limiti in cui esso è applicabile e cioè soltanto quando siano note le variazioni di ogni singolo termine senza di che non è possibile tener conto della diffusione nel senso particolare e porti ad una definizione della concentrazione dinamica come il « processo composto per il quale si verificano simultaneamente o isolatamente un aumento della disuguaglianza tra i vari termini della distribuzione, considerata sotto un particolare punto di vista, una diminuzione della diffusione del fenomeno, cioè del numero dei casi con intensità  $> 0$ , ed un aumento dell'intensità totale e media indipendente da quella del numero dei casi », va osservato che:

1) come si è visto è necessario nel calcolo dei due valori di  $R$  tener conto anche dei termini uguali a zero in quanto esistono perché altrimenti non esiste più una corrispondenza fra concentrazione dinamica e concentrazione della dinamica nell'ipotesi di perfetta cograduazione dei termini delle due distribuzioni;

2) il tener conto dell'intensità media del fenomeno agli effetti dell'analisi della concentrazione dinamica è opportuno in rari casi;

3) mentre i confronti fra le *disuguaglianze relative* hanno un preciso significato, il confronto delle disuguaglianze, considerate sotto il particolare aspetto accennato dal de Vergottini, non sempre è di facile interpretazione (4).

Con le osservazioni contenute in questo capitolo possiamo considerare esaurita la trattazione dei diversi aspetti sotto i quali può presentarsi la concentrazione dal punto di vista dinamico.

(4) Al fine di dimostrare l'esattezza dell'interpretazione da noi data alla particolare impostazione della questione basterà il seguente esempio. Si abbiano nei momenti  $t_1$  e  $t_2$  i seguenti dati:

$$t_1 : 7, 5, 3;$$

$$t_2 : 12, 8, 5, 2, 1;$$

e le differenze:

$$12-7, 8-5, 5-3, 2-0, 1-0.$$

Il rapporto di concentrazione per la prima distribuzione, tenendo conto di due termini con intensità nulla, è  $R = \frac{76}{120}$ , per la seconda distribuzione si ha  $R = \frac{112}{224}$  e calcolando la concentrazione dinamica in base alla formula del de Vergottini si ha  $R = \frac{36}{104}$ . L'indice di concentrazione calcolato sulle 5 differenze fra i singoli termini delle due distribuzioni dà  $R = \frac{36}{104}$  cioè un indice identico a quello ottenuto da  $R_d$ . Va peraltro osservato che perché tale identità si verifichi fra la concentrazione della dinamica e la concentrazione dinamica non basta che i termini delle due distribuzioni siano perfettamente cograduati, è necessario anche che esista cograduazione, rispetto alle due distribuzioni, delle differenze dei singoli termini.

PAGINA BIANCA